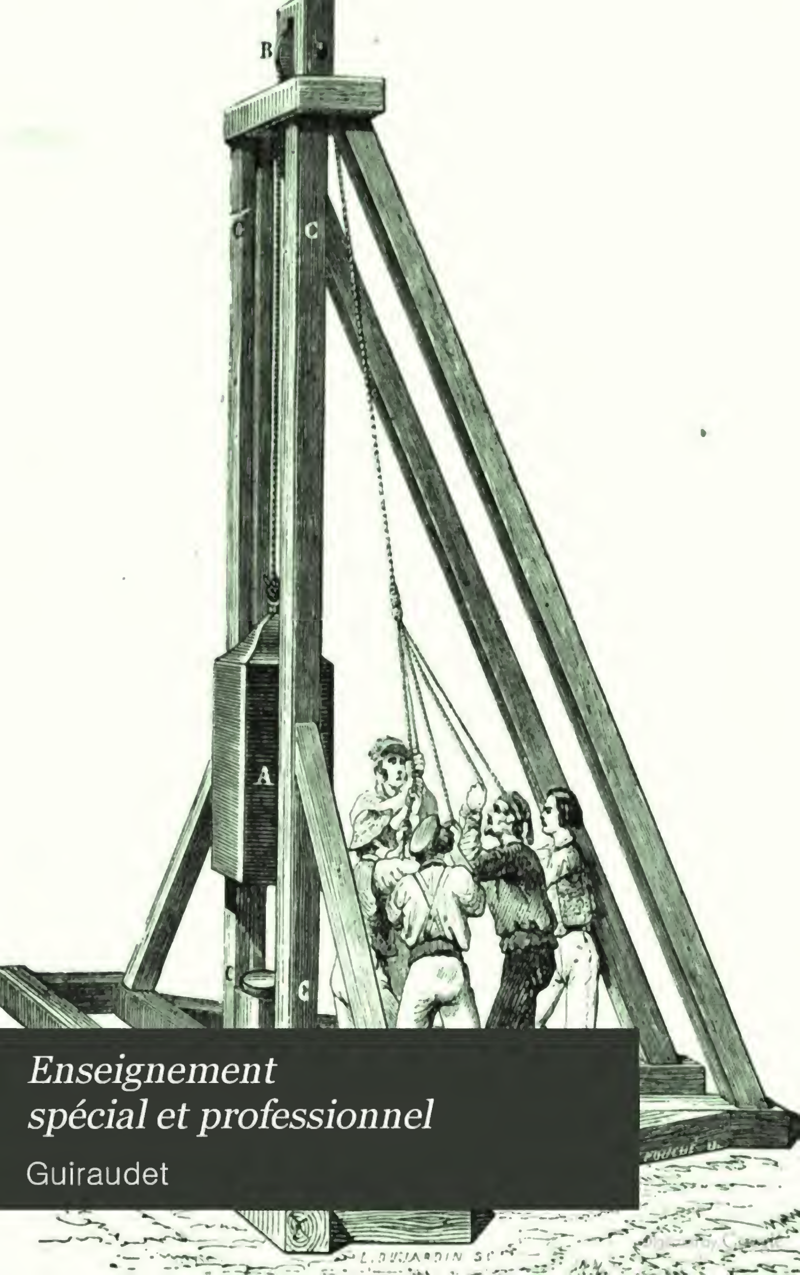
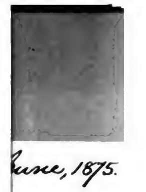


Enseignement spécial et professionnel

Guiraudet



une, 1875.





PRINCIPES

DE MÉCANIQUE

EXPÉRIMENTALE ET APPLIQUÉE

PARIS. — IMP. SIMON RAÇON ET COMP., RUE D'ERFURTH, 1.

ENSEIGNEMENT SPÉCIAL
ET PROFESSIONNEL

PRINCIPES
DE
MÉCANIQUE
EXPÉRIMENTALE ET APPLIQUÉE

PAR

M. GUIRAUDET

PROFESSEUR A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE LILLE
ANCIEN ÉLÈVE DE L'ÉCOLE NORMALE

17/2 gr

PREMIÈRE PARTIE

PARIS
VICTOR MASSON ET FILS
PLACE DE L'ÉCOLE-DE-MÉDECINE
1868

1875, April 20.
By exchange of
Dupl.
(Prof. Hill.)

PRINCIPES
DE MÉCANIQUE
EXPÉRIMENTALE ET APPLIQUÉE

— PREMIÈRE ANNÉE —

CHAPITRE PREMIER

PREMIÈRES NOTIONS SUR LES FORCES ET LEURS EFFETS

1. Nous jugeons de l'état de repos ou de mouvement d'un corps en comparant sa position dans l'espace à celle d'objets fixes ou considérés par nous comme fixes. Ainsi, un objet étant situé dans une chambre, nous rapportons sa position à celle du plancher ou des murs, et nous reconnaissons si elle est toujours la même, ou s'il change de place.

Inertie. — Quel que soit cet état de repos ou de mouvement, il est essentiel de remarquer que le corps considéré ne peut rien par lui-même pour le modifier : *la matière est inerte*. C'est là une assertion qui semble, au premier abord, contredite par un grand nombre de faits. Les corps tombent d'eux-mêmes, les animaux agissent, certaines plantes même exécutent des mouvements ; mais un examen plus attentif montre bientôt que si les corps tombent à la surface de la terre, c'est sous l'influence de la pesanteur, qui agit sur eux mais ne réside point en eux ; quant aux animaux, ils agissent et se meuvent, non point comme corps matériels, mais comme êtres vivants, et, sitôt que la vie les a abandonnés, la

1

matière dont ils sont formés redevient absolument inerte. Toutes les fois que nous voyons un corps dépourvu de vie animé d'un mouvement, nous pouvons arriver à reconnaître, par un examen plus ou moins facile, que ce mouvement a lieu sous une influence extérieure. Nous pouvons donc admettre comme un fait d'expérience que la matière est *inerte*, c'est-à-dire ne peut modifier en rien son état de mouvement ou de repos.

De là résulte que si un corps soustrait à toute influence extérieure est actuellement en mouvement, il continuera à se mouvoir toujours dans la même direction, c'est-à-dire en ligne droite ; et de plus, rien ne devant changer dans son mouvement, les longueurs parcourues par lui dans des temps égaux seront toujours égales : un pareil mouvement est dit *uniforme*. Ainsi, *un corps abandonné à lui-même, sans aucune intervention extérieure, ne peut avoir qu'un mouvement rectiligne et uniforme, s'il n'est point en repos.*

2. **Mouvement uniforme.** — Comme nous l'avons dit tout à l'heure, on appelle mouvement uniforme un mouvement tel que les espaces parcourus dans des temps égaux soient toujours égaux; l'espace total parcouru dans un temps double ou triple sera par là double ou triple ; *dans un mouvement uniforme, l'espace parcouru est proportionnel au temps.* On appelle *vitesse* la longueur parcourue dans l'unité de temps : si on désigne par v ce nombre de mètres et par e celui qui sera parcouru pendant t unités de temps, il est clair que $e = vt$; car en deux unités de temps il serait 2 fois v, en trois unités de temps il serait 3 fois v ; en t unités de temps il sera donc t fois v, ou vt. C'est ordinairement la seconde qu'on prend pour unité de temps : ainsi la vitesse d'un mouvement uniforme est, sauf convention spéciale, l'espace parcouru en 1 seconde dans ce mouvement.

Quand on connaît l'espace parcouru pendant un certain temps on en peut conclure la vitesse. Si par exemple on sait qu'une longueur de 50 mètres a été franchie d'un mouvement uniforme en 20 secondes, il en résulte évidemment que la vitesse a été la 20e partie de 50 mètres, ou $2^m,5$. En général $v = \frac{e}{t}$, en conservant les dénominations employées ci-dessus.

On peut obtenir une représentation graphique équivalant à cette formule. Supposons que sur une ligne droite horizontale on

prenne une certaine longueur *oa* pour représenter l'unité de temps; un temps double ou triple sera représenté par une longueur double ou triple, et l'intervalle quelconque de temps *t* sera représenté par une certaine longueur *ot*. Supposons que, à l'extrémité de la longueur *oa*, on élève une perpendiculaire égale à *v*, puis qu'on joigne au point *o* l'extrémité de cette perpendiculaire. La ligne droite ainsi obtenue fournira immédiatement l'espace parcouru en un temps quelconque : il suffira d'élever à l'extrémité de la ligne *ot*, représentant cet intervalle de temps, une perpendiculaire; sa longueur vaut évidemment autant de fois la perpendiculaire élevée en *a*, c'est-à-dire *v*, que *ot* vaut de fois *oa*; elle est donc *vt*, c'est-à-dire *e*. Si on élève deux perpendiculaires en deux points T et *t* distants d'une longueur égale à *oa*, la différence de ces deux perpendiculaires sera égale à *v*. Remarquons encore, avant d'abandonner cette représentation graphique du mouvement uniforme, que la ligne droite fournissant les espaces sera d'autant plus inclinée que la vitesse sera plus petite; sa vue seule donne par conséquent une idée de la rapidité du mouvement qu'elle représente.

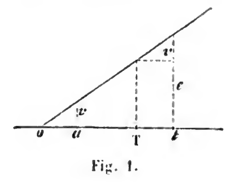
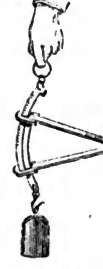


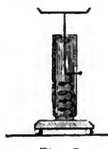
Fig. 1.

3. **Force**. — On désigne sous le nom de *force* toute cause susceptible d'influer sur l'état de repos ou de mouvement d'un corps. D'après ce que nous avons dit plus haut sur l'inertie de la matière, l'existence de tout autre mouvement que le mouvement rectiligne et uniforme suffit à accuser l'action de forces; mais la conclusion inverse ne serait pas exacte : un corps pourrait être en repos ou avoir un mouvement uniforme, bien que soumis à l'action de forces, si ces forces se neutralisaient les unes les autres; en pareil cas on dit que ces forces se font *équilibre*, et que le corps est *en équilibre*. Ainsi, un corps posé sur une table ou lancé sur un plan horizontal est en équilibre, parce que l'influence de la pesanteur est détruite par la résistance de la table ou du plan. Si dans ce dernier cas nous voyons une bille lancée sur un plan horizontal s'arrêter bientôt, contrairement à ce que nous avons dit de son inertie, c'est que la pesanteur n'est réellement point la seule influence qui agisse sur elle; la résistance de

l'air, les inégalités du plan, contribuent à ralentir son impulsion et finissent par l'arrêter tout à fait.

4. **Poids.** — Parmi toutes les forces diverses que nous voyons journellement agir, il n'en est aucune qui nous soit plus familière dans ses effets que la *pesanteur*, c'est-à-dire la cause générale qui détermine la chute des corps à la surface de la terre. Quand on soutient un corps, l'effet de la pesanteur sur lui donne lieu à une pression sur l'obstacle qui l'empêche de tomber, et cette pression est ce qu'on appelle le *poids* du corps; ce poids est une force, puisqu'il déterminerait le mouvement du corps et sa chute si l'obstacle était supprimé. Il nous est facile d'apprécier le poids d'un corps. Supposons qu'on le suspende à un ressort; ce ressort fléchira, et il fléchira plus ou moins, suivant que le poids sera plus ou moins grand. Si on choisit une unité de poids, le kilogramme, par exemple, on pourra marquer les points où s'arrête le fléchissement du ressort quand on y suspend successivement des poids de 1 kilogramme, 2 kilogrammes, etc.; et il suffira ensuite de suspendre un corps pour obtenir son poids en kilogrammes. Un pareil instrument, ainsi gradué, s'appelle un *peson à ressort*. On peut le disposer de différentes manières; d'abord, il est clair qu'un même peson ne peut servir à estimer des poids considérables et des poids faibles, et pour chaque ressort il y a une limite qu'on ne peut dépasser sans altérer l'élasticité et fausser l'instrument. Pour les objets un peu lourds, la forme la plus commune est celle qui est figurée plus haut; pour les corps légers, on emploie assez souvent un ressort contourné en hélice, ou ressort à boudin. Ainsi, par exemple, voici le dessin d'un pèse-lettre qu'on rencontre assez fréquemment : un ressort à boudin est placé au fond d'un tube, et un plateau supérieur presse sur lui par l'intermédiaire d'une tige et d'une petite plaque; un bouton, fixé à cette plaque et se mouvant dans une rainure ménagée dans la paroi du tube, rend visibles les degrés de flexion du ressort, et une graduation extérieure permet d'en conclure les poids dont se trouve chargé le plateau.


Fig. 2.


Fig. 3.

5. **Toute force équivaut à un poids.** — Quelle que soit la nature d'une force, l'effet qu'elle produit peut toujours être assimilé à celui d'un poids, et pourrait au besoin être remplacé par lui. Bien qu'un poids soit une force de direction toujours verticale, on conçoit facilement que, en le faisant agir à l'extrémité d'un cordon, qu'on ferait passer dans des anneaux ou sur des poulies, on pourrait l'employer à exercer un effet oblique ou dirigé de bas en haut : c'est ainsi que nous voyons à chaque instant un poids employé à en monter un autre, ou à déplacer horizontalement un objet. Une force quelconque peut donc être assimilée à un poids, et estimée, par suite, au moyen de la même unité. Supposons qu'on fasse agir une force au lieu d'un poids sur un ressort gradué comme il a été dit plus haut. Le ressort fléchira de même, et nous pourrons ainsi estimer cette force en kilogrammes. Lorsqu'on destine un ressort à un pareil usage, et qu'il est disposé à cet effet, on lui donne le nom de *dynamomètre*. Il est inutile d'entrer ici dans le détail des dispositions qu'on peut adopter pour un dynamomètre. Le fait essentiel à se rappeler, c'est qu'*une force s'estime en kilogrammes, absolument comme un poids*.

Dans une force agissante il y a trois choses à considérer : le point d'application, c'est-à-dire le point où elle agit, la direction dans laquelle elle agit, c'est-à-dire dans laquelle elle tend à entraîner ce point supposé en repos, et enfin son intensité. On figure simultanément ces trois choses en tirant, à partir du point d'application et dans la direction de la force, une ligne droite dont la longueur, rapportée à une unité de convention, représente le nombre de kilogrammes équivalant à cette force.

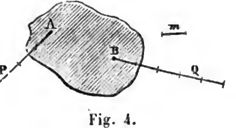


Fig. 4.

Ainsi, par exemple, nous dirons, en voyant la figure ci-contre, qu'aux points A et B sont appliquées deux forces dont nous voyons les directions, et si nous savons, de plus, que la longueur *m* représente un kilogramme, nous saurons que la mesure de la force P est $3^{k},5$, que la mesure de la force Q est 5 kilogrammes.

6. **Réaction.** — Toutes les fois qu'une force agit sur un corps,

c'est nécessairement par l'intermédiaire d'un autre corps matériel, poussant ou tirant l'autre, ou bien agissant à distance, comme un aimant agit sur un morceau de fer. En pareil cas, l'action est toujours accompagnée d'une *réaction* égale et contraire; c'est-à-dire que, si le premier corps exerce sur le second une pression par exemple de 5 kilogrammes, il subit lui-même, dans le sens opposé, une pression de 5 kilogrammes. Lorsque nous poussons un corps avec la main, nous éprouvons une sensation absolument la même que si, notre main restant inactive, le corps eût été poussé contre elle en sens inverse par une cause extérieure ayant identiquement la même énergie. Supposons que nous ayons placé un ressort, par exemple un ressort à boudin, entre la main et le corps, et que nous pressions par l'intermédiaire du ressort. Il est visible que ce ressort agit avec la même énergie par ses deux extrémités; son action par l'extrémité située du côté du corps, c'est l'action que nous exerçons sur ce corps; son action par l'autre extrémité, c'est la réaction exercée sur la main; on les aperçoit ainsi clairement toutes les deux, et il est visible qu'elles sont égales.

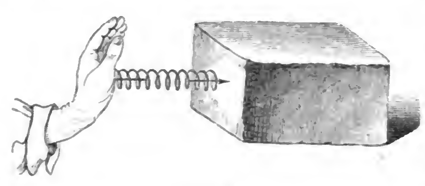


Fig. 5.

Cette existence d'une réaction égale et opposée à l'action est mise à profit dans une multitude de circonstances. C'est ainsi que le batelier, en tirant sur une corde nouée à un anneau fixe, ou en poussant avec son croc comme s'il cherchait à l'enfoncer dans le sol, fait avancer le bateau sur lequel il se trouve; il exerce une action sur un point fixe, et la réaction le déplace lui-même. La rame agissant sur l'eau éprouve une réaction qui fait avancer le bateau; la roue de la locomotive frotte sur les rails et les ferait glisser en arrière s'ils n'étaient solidement fixés : dès lors la réaction la fait avancer elle-même. L'homme lui-même, en marchant et en s'aidant d'un bâton pour avancer, ne fait autre chose que mettre à profit cette même loi, dont l'application se rencontre ainsi partout, et qu'il est donc essentiel de bien connaître.

7. Mouvement produit par une force. — Une force, en agissant sur un corps supposé en repos, le mettra en mouvement, et ce mouvement ne sera plus uniforme. Quelle que soit la manière dont varie l'espace parcouru, on peut en obtenir une représentation graphique, de même que nous l'avons fait pour le mouvement uniforme. Supposons qu'on ait fait du mouvement produit l'objet d'une série d'observations fournissant d'instant en instant les espaces parcourus; soient, par exemple,

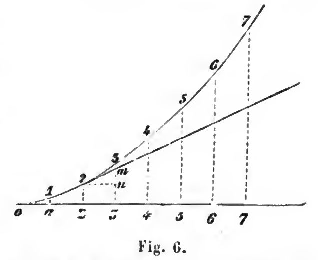


Fig. 6.

1 3,2 7 11 16 28,5 30 millimètres,

les espaces parcourus au bout de

1 2 3 4 5 6 7 secondes.

On portera sur une ligne horizontale des longueurs représentant les intervalles de temps écoulés, c'est-à-dire des longueurs égales à une fois, deux fois, etc., une longueur *oa* choisie pour figurer la seconde; puis on élèvera des perpendiculaires égales aux espaces parcourus. Si on joint ensuite par un trait continu les extrémités de ces perpendiculaires, on obtiendra une ligne figurant aux yeux ce qu'on appelle *la loi* du mouvement, c'est-à-dire la manière dont y varie avec le temps l'espace parcouru. Cette *ligne des espaces* une fois dessinée, elle pourra remplacer les indications numériques qui ont servi à la construire, pourvu qu'on ait noté sur le dessin quelle est la longueur adoptée pour représenter la seconde.

La rapidité d'un pareil mouvement varie d'un instant à l'autre; c'est là une notion commune, mais il est facile de lui donner une forme précise. Supposons qu'à partir d'un certain instant la force qui produit le mouvement cesse d'agir. Dès lors, toute cause de modification ayant cessé, le mouvement devient uniforme, en conservant la même rapidité; nous appellerons donc *vitesse* du mouvement à cet instant la vitesse de ce mouvement uniforme.

On peut même indiquer la relation de cette vitesse avec la loi des espaces parcourus. Reprenons le mouvement que nous avons considéré plus haut, et cherchons la vitesse après deux secondes. Il faut supposer qu'alors la force cesse d'agir ; le mouvement devenu uniforme sera représenté par une ligne droite, et sa vitesse dépendra, avons-nous dit, de l'inclinaison de cette droite. Mais tout doit rester dans ce mouvement uniforme, ce qu'il est dans le mouvement que nous considérons après la deuxième seconde : l'inclinaison de cette droite doit donc être celle de la ligne des espaces au point 2, c'est-à-dire que cette droite sera la tangente en ce point, et la vitesse sera l'espace *mn* qui serait parcouru en une seconde dans le mouvement uniforme représenté par cette tangente, ce serait donc $3^{mm},2$.

On voit ainsi que le changement de l'inclinaison de la courbe en ses différents points, correspond à la variation de vitesse. On peut reconnaître en voyant la ligne des espaces les principales particularités du mouvement.

Vitesse moyenne. — Très-souvent on estime la vitesse d'un mouvement comme si ce mouvement avait été uniforme. Ainsi, par exemple, un train de chemin de fer a franchi une distance de 310 kilomètres en 5 heures 25 minutes ; on calculera la vitesse en divisant 310 kilomètres par $5\frac{25}{60}$, c'est-à-dire comme on le ferait si la marche du train avait été uniforme ; on sait pourtant bien qu'il y a eu des arrêts aux stations, et que, de plus, la vitesse en marche est loin d'être parfaitement régulière ; on dira néanmoins que la vitesse a été de $57^{k},2$ à l'heure. C'est ce qu'on appelle une *vitesse moyenne*.

8. **Mouvement rectiligne produit par une force constante.** — Soit maintenant la force constante en intensité et en direction, et cherchons à étudier la loi du mouvement produit, le corps étant primitivement en repos.

Dans ce mouvement, qui d'abord est évidemment rectiligne, *la vitesse croît proportionnellement au temps :* en effet, au bout d'un certain temps, une seconde par exemple, le corps mis en mouvement a acquis une certaine vitesse v, et si la force cessait alors d'agir, il conserverait cette vitesse, le mouvement devenant uniforme ; mais elle continue d'agir, et dans une autre seconde, elle

ajoute une nouvelle vitesse v à la vitesse acquise : la vitesse devient donc double au bout d'un temps double. De même une nouvelle vitesse v venant s'ajouter à la vitesse $2v$ pendant la troisième seconde, la vitesse devient triple au bout d'un temps triple, et ainsi de suite : donc la vitesse augmente proportionnellement au temps. Si on appelle g le nombre de mètres exprimant la vitesse acquise au bout de la première unité de temps, $v=gt$ sera la vitesse au bout de t unités de temps. En raison de cette augmentation régulière de la vitesse avec le temps, un pareil mouvement est dit *uniformément accéléré*.

Mais on peut aller plus loin et trouver la loi des espaces parcourus. Construisons, en effet, la *ligne des vitesses*, de même que plus haut nous contruisions celle des espaces : le procédé sera le même ; nous prendrons des longueurs figurant les intervalles de temps, et nous élèverons des perpendiculaires égales aux vitesses acquises correspondantes. La vitesse croissant proportionnellement au temps, il est clair que la ligne des vitesses sera ici une ligne droite comme était la ligne des espaces pour le mouvement uniforme.

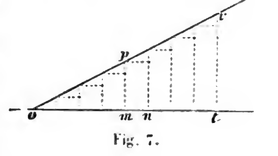


Fig. 7.

Imaginons maintenant qu'on subdivise le temps total, et par conséquent la ligne ot qui le représente, en un très-grand nombre de parties égales; puis admettons pour un instant et afin d'avoir une idée de l'espace total parcouru, que, pendant chacun de ces petits intervalles de temps, le corps a conservé la vitesse qu'il avait au commencement ; la vitesse étant alors mp, et la durée de ce petit mouvement uniforme étant représentée par mn, l'espace parcouru sera représenté par le petit rectangle construit sur ces deux lignes, d'après la règle pour le mouvement uniforme. Il suit de là que nous aurons une valeur approximative de l'espace total parcouru, dans la somme totale des petits rectangles analogues. Mais en rendant les intervalles plus petits, nous aurons une approximation plus grande, et comme il est visible que, plus les intervalles mn seront petits et moins il y aura de différence entre la somme des rectangles et le triangle ort, on voit que l'espace total parcouru dans le mouvement est représenté exactement par la surface de ce triangle. Ainsi, *dans le mouvement uniformément ac-*

céléré d'un corps partant du repos, l'espace parcouru dans un certain intervalle de temps t, *est mesuré par la moitié du produit de la vitesse finale et de la mesure de cet intervalle de temps;* il est $e = \frac{1}{2} vt$ ou $e = \frac{1}{2} gt^2$, en remplaçant v par sa valeur gt. Les *espaces parcourus varient proportionnellement aux carrés des temps.*

Les faits et les conclusions auxquels nous venons d'arriver peuvent être vérifiés de différentes manières.

9. **Plan incliné de Galilée.**— Un corps posé dans un canal rectiligne incliné, glisse et descend le long de ce canal sous l'action de son poids. Sans qu'il soit nécessaire de savoir comment cette action est modifiée par la résistance des parois, il est visible que, tout étant pareil sur toute la longueur du canal, la force produisant le mouvement est aussi toujours la même. De sorte que le mouvement doit être uniformément accéléré, et on doit donc pouvoir vérifier sur lui les résultats indiqués plus haut. C'est précisément là le raisonnement que fit Galilée, qui avait déterminé comme nous venons de le faire, les lois de ce genre de mouvement, et c'est au moyen du plan incliné qu'il les vérifia dans une expérience qui mérite de rester célèbre, toute simple qu'elle soit : car c'est une des premières expériences qui aient été faites pour établir sur des bases certaines la science de la mécanique *.

Ce moyen de vérification est le plus facile à employer qu'on puisse imaginer. Une planche avec une rainure sera le plan incliné; un métronome ou un pendule marquera par ses battements des intervalles de temps égaux. Il est très-facile de déterminer par tâtonnement en quel point de la longueur du plan il faut poser une bille pour que, abandonnée à elle-même juste à l'instant d'un premier battement, son arrivée en bas coïncide avec le battement suivant. Si alors on la pose quatre fois plus loin de l'extrémité inférieure, son arrivée coïncidera avec le troisième battement, et le temps du parcours aura été double; si la distance à parcourir est

* Galilée, né à Pise en 1564, professeur à l'université de Padoue, mort à Florence en 1642, doit être considéré comme le véritable fondateur de la mécanique. — Voici à peu près textuellement comment il décrit son expérience (*Dialogue des deux sciences nouvelles,* troisième journée).

« Sur la face supérieure d'une solive de bois (longue de 7 mètres environ) on

neuf fois plus grande, le temps du parcours sera triple, l'arrivée ayant lieu au quatrième battement. Les espaces sont donc proportionnels aux carrés des temps.

10. **Machine d'Athwood.**—On peut employer aussi pour vérifier les mêmes lois, un appareil connu sous le nom de machine d'Athwood.

Un fil passe sur une poulie et est chargé à ses deux extrémités de deux poids égaux; visiblement ces deux poids se font équilibre; si on donne une impulsion, le mouvement produit sera uniforme, sinon tout restera en repos. Supposons qu'on place d'un côté un petit corps additionnel : son poids deviendra alors une

avait creusé un petit canal large d'un peu plus d'un doigt, qu'on avait revêtu de parchemin bien poncé et lustré, pour qu'il fût aussi uni et poli que possible, et on y faisait descendre une boule de bronze bien ronde et bien polie, après avoir

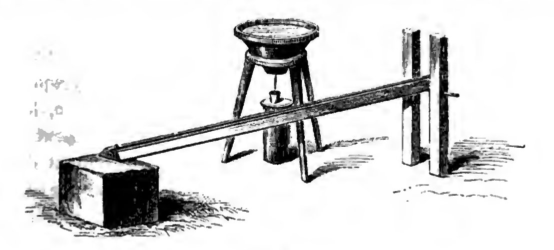


Fig. 8.

élevé l'un des bouts de la pièce de bois. Un large vase était placé près de là, portant un petit tuyau très-fin, soudé dans le fond, par où s'écoulait un très-mince filet d'eau, que l'on recueillait dans un petit gobelet pendant le temps que la boule mettait à parcourir le canal entier, ou quelqu'une de ses parties. Les petites quantités d'eau ainsi recueillies, pesées avec soin, donnaient les rapports des temps correspondants. On nota ainsi le temps employé au parcours du canal entier. On répéta plusieurs fois ce même essai, afin de bien s'assurer de la valeur du temps; entre les valeurs ainsi obtenues on ne trouva jamais une différence égale même à la dixième partie d'un battement du pouls. Le résultat de cette expérience ainsi déterminé avec une grande précision, nous fîmes descendre la même boule d'une longueur égale au *quart* seulement du canal entier, et, ayant mesuré le temps, nous trouvâmes qu'il était toujours très-exactement la *moitié* de l'autre. Faisant ensuite l'expérience pour d'autres parties du canal, et comparant les temps correspondants, on vérifia, par des expériences qui furent bien répétées une centaine de fois, que les espaces parcourus étaient toujours entre eux comme les carrés des temps. »

force constante qui mettra en mouvement l'ensemble des trois corps, et devra naturellement produire un mouvement uniformément accéléré. Si d'une part l'un des poids se meut le long d'une règle divisée, si de l'autre on a installé près de l'appareil un métronome ou un pendule dont les oscillations régulières marquent des intervalles de temps égaux, on pourra vérifier les lois indiquées plus haut. Supposons que, après avoir placé le poids additionnel, on maintienne celui qui en est chargé immobile au point *o*, pour le laisser libre juste à l'instant d'un premier batttement : on pourra après quelques tâtonnements et avec un peu de soin, déterminer quel est l'espace *oa* parcouru pendant l'intervalle entre le premier battement et le second ; le poids viendra frapper une petite plaque mise en *a*, au moment où se fera entendre le second battement. Si on porte cette plaque en *a'* à une distance quadruple du point *o*, le choc coïncidera avec le troisième battement, et le temps du parcours aura été justement double. Si on place la plaque à une distance égale à 9 fois *oa*, le choc se fera entendre avec le quatrième battement, et le temps du parcours aura été triple. La loi des espaces se trouve donc vérifiée absolument comme avec le plan incliné.

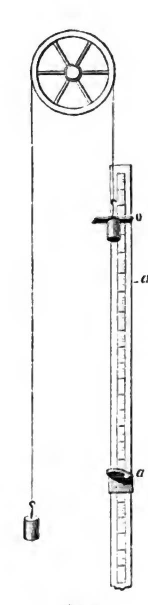


Fig. 9.

Mais avec la machine d'Athwood on peut aussi vérifier la loi des vitesses, c'est-à-dire vérifier que le mouvement est bien uniformément accéléré. La vitesse à un instant déterminé est, avons-nous dit, la vitesse du mouvement uniforme que prendrait le corps si la force motrice cessait d'agir à partir de cet instant. Ici la force motrice, c'est le poids additionnel; si donc on dispose les choses de manière à pouvoir l'enlever au moment voulu, le mouvement deviendra uniforme. On lui donne pour cela une forme allongée, de telle sorte que, si on place un anneau sur le trajet du poids principal, il y reste, tandis que le poids continue sa route d'un mouvement désormais uniforme. On a donc une petite pièce pourvue d'un anneau, assez large pour laisser librement pas-

ser les deux poids principaux, tandis qu'il arrêtera la petite tige additionnelle, et on peut au moyen d'une vis de pression la fixer sur la règle à telle hauteur que l'on veut.

Plaçons d'abord cet anneau à l'endroit a, où le corps parvient à la fin de la première oscillation. Puisque nous avions trouvé plus haut $e = \frac{1}{2} vt$, la vitesse, en cet instant où $t = 1$, doit être double de l'espace parcouru; si donc on place la petite plaque au-dessous de l'anneau, en un point b, tel que ab soit double de oa, le mouvement accéléré donnera lieu d'abord à l'abandon du poids additionnel sur l'anneau à la fin de la première oscillation, c'est-à-dire lors du deuxième battement; puis le mouvement devenu uniforme amènera le poids à venir choquer la plaque au moment du troisième. On laissera ensuite le mouvement accéléré durer pendant deux oscillations, en disposant l'anneau en a' quatre fois plus loin du point fixe; la vitesse doit être alors double de ce qu'elle était dans le premier cas: on placera donc la plaque au-dessous de l'anneau en b' à une distance $a'b'$ double de la distance analogue ab dans la première expérience. Alors on verra le poids additionnel rester sur l'anneau lors du troisième battement, et le poids principal aller d'un mouvement uniforme choquer la plaque lors du quatrième; ce qui montre qu'après un temps double la vitesse est bien devenue double.

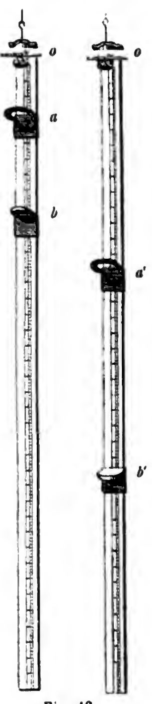


Fig. 10.

Si on voulait vérifier que le mouvement devient réellement uniforme quand la force motrice cesse d'agir, après avoir disposé l'anneau de manière à ce que le poids additionnel soit enlevé, par exemple, à la fin de la première oscillation, on placerait la petite plaque à des distances successivement égales à une fois, deux fois, trois fois celle où on la mettait d'abord dans l'expérience indiquée ci-dessus; elle serait choquée à la fin de la deuxième,

de la troisième, de la quatrième oscillation, ce qui montrerait bien que, une fois le poids additionnel supprimé, les espaces parcourus deviennent proportionnels aux temps.

11. **Application à la chute des corps.** — La pesanteur, en agissant sur un corps qui tombe librement, doit nécessairement lui donner un mouvement uniformément accéléré. C'est ce qui arrive en effet ; mais l'expérience est assez difficile à faire directement, d'abord à cause de la grande rapidité avec laquelle tombent les corps, et ensuite à cause de la résistance de l'air. Cette dernière influence peut aller jusqu'à altérer complétement les faits : ainsi la pesanteur agit de la même manière sur tous les corps et doit, par conséquent, produire le même mouvement, quel que soit celui sur lequel elle agit ; néanmoins, nous voyons journellement une balle de plomb ou une pierre tomber avec une grande rapidité, tandis qu'une plume ou un morceau de papier mettent un temps beaucoup plus long à parcourir la même hauteur ; ces différences sont dues seulement à la résistance de l'air, qui se fait sentir beaucoup plus sur les corps de faible densité que sur ceux dont la masse est concentrée sous un petit volume. En plaçant dans un grand tube de verre, d'où on enlève ensuite l'air au moyen de la machine pneumatique, des objets qui, dans les circonstances ordinaires, tomberaient en des temps très-inégaux, comme un petit morceau de plomb et une plume, on les verra, en renversant le tube, arriver ensemble d'un bout à l'autre dans le même temps. La résistance de l'air est donc le seul obstacle à ce qu'il en soit toujours ainsi. Au reste, pour un corps dense comme un morceau de métal, par exemple, l'influence de cette résistance altère fort peu la durée de la chute quand la hauteur n'est pas très-considérable.

Ainsi, en faisant abstraction de la résistance de l'air, nous pouvons dire que, dans la chute des corps pesants, les espaces et les vitesses suivent les lois indiquées précédemment : $v = gt$; $e = \frac{1}{2}gt^2$.

L'unité de temps ordinairement employée dans les calculs relatifs à la chute des corps est la seconde, et des expériences précises ont donné pour la quantité g, c'est-à-dire la vitesse acquise au bout de la première seconde, la valeur $9^m,8088$. On peut ainsi calculer, soit la vitesse acquise et l'espace parcouru au bout d'un

temps donné, soit le temps nécessaire pour acquérir une vitesse donnée ou tomber d'une hauteur connue.

Des deux relations écrites ci-dessus on peut encore en déduire une autre fréquemment utile. De la première on tire $v^2 = g^2t^2$, ou $t^2 = \frac{v^2}{g^2}$, et en remplaçant t^2 dans la seconde par cette quantité qui a toujours la même valeur numérique, il en résulte $e = \frac{1}{2} g \cdot \frac{v^2}{g^2}$, ou $v^2 = 2ge$; on peut ainsi calculer la vitesse acquise par un corps pesant tombant d'une hauteur connue, c'est-à-dire, suivant la locution ordinairement employée, la vitesse *due à une hauteur* connue; ou bien, inversement, calculer la hauteur de chute qui donnerait lieu à une vitesse déterminée.

12. **Mouvement d'un corps pesant lancé verticalement.** — Considérons maintenant un corps pesant lancé verticalement; il peut être lancé de haut en bas, ou bien de bas en haut. Considérons successivement les deux cas.

1° Le corps est lancé de haut en bas; alors, la pesanteur exerçant son action tout aussi bien pendant le mouvement que dans l'état de repos, la vitesse provenant de cette action s'ajoutera simplement à la vitesse imprimée primitivement. Si cette vitesse est, par exemple, 2 mètres, la vitesse, au bout de t secondes, sera $2^m + gt$, et en général, si on appelle a cette vitesse initiale, on aura $v = a + gt$; le mouvement, uniformément accéléré, ne présentera d'ailleurs aucune circonstance remarquable.

2° Supposons maintenant le corps lancé de bas en haut; alors, par la même raison, comme la pesanteur agit en sens inverse de la vitesse initiale, la vitesse provenant de l'action de la pesanteur se retranchera de la vitesse initiale, et on aura, pour la vitesse ascendante après t secondes, $v = a - gt$; le mouvement sera donc uniformément retardé au lieu d'être uniformément accéléré. Au bout d'un temps tel que gt soit égal à a, c'est-à-dire au bout d'un nombre $\frac{a}{g}$ de secondes, la vitesse ascendante sera devenue nulle, le corps cessera de monter; pendant un instant il sera en repos, puis, à partir de là, il redescendra sous l'action constante de la pesanteur, et il reviendra à son point de départ avec une vitesse dirigée de haut en bas.

La loi des espaces parcourus dans le mouvement ascendan s'obtiendra comme la loi des vitesses. Puisque le corps est lanc avec une vitesse a, il monterait de a mètres par seconde si la pe santeur n'agissait point, et au bout de t secondes il serait à un hauteur at; mais dans le même temps la pesanteur seule l'aurai fait descendre d'une longueur $\frac{1}{2}gt^2$; donc elle diminuera de cett quantité la hauteur à laquelle il serait parvenu, et l'espace parcouru sera* $e = at - \frac{1}{2}gt^2$.

* On pourrait arriver aux mêmes résultats au moyen d'une représentation graphique des vitesses analogue à celle qui nous a servi déjà à trouver la loi des espaces dans le mouvement descendant.

En représentant, comme précédemment, les temps par des longueurs portées sur une horizontale, et les vitesses par des perpendiculaires, on voit que la ligne des vitesses, pour le mouvement uniforme qui aurait lieu si la pesanteur n'agissait pas, est une horizontale An. Pour le mouvement uniformément accéléré que produirait la pesanteur, si elle agissait seule, la ligne des vitesses est la ligne droite om, et pour une époque t, la vitesse est représentée par tm, qui est gt. Donc, les vitesses dans le mouvement ascendant sont représentées par les portions des perpendiculaires comprises entre l'horizontale An et la droite om; $mn = a - gt$, valeur trouvée plus haut. — Mais alors, par un raisonnement tout pareil à celui qui nous a servi précédemment, on verrait que l'espace parcouru au bout du temps t serait figuré, approximativement par une somme de petits rectangles et exactement par le trapèze oAnm, lequel a visiblement pour mesure $at - \frac{1}{2}gt^2$, comme différence du rectangle on et du triangle omt.

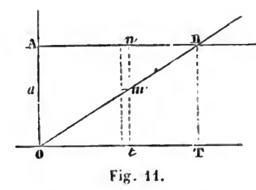


Fig. 11.

La vitesse du mouvement ascendant diminuera jusqu'à ce que la longueur mn soit réduite à rien, c'est-à-dire jusqu'à l'époque représentée par oT, qui est

et la hauteur à laquelle est parvenu le corps est représentée alors par le triangle AoB, c'est-à-dire par $\frac{1}{2}a \cdot \frac{a}{g}$, ou $\frac{a^2}{2g}$. Ce triangle étant égal au triangle oBT, on voit que cette hauteur est précisément égale à l'espace parcouru par un corps pesant dans le temps $\frac{a}{g}$. Par conséquent, lorsque après avoir cessé de monter le corps redescendra, il reviendra à son point de départ dans un temps égal à celui pendant lequel il a monté, et en même temps il y reviendra avec une vitesse a égale à celle qu'il avait reçue d'abord; seulement elle sera, cette fois, dirigée de haut en bas.

En remplaçant dans cette formule t par $\frac{a}{g}$, nous pourrons en déduire la hauteur à laquelle le corps s'élèvera ; cette hauteur sera $a.\frac{a}{g}-\frac{1}{2}g.\frac{a^2}{g^2}$, ou $\frac{a^2}{2g}$; et comme $\frac{a^2}{2g}$ est précisément la hauteur de chute qui donnerait lieu à la vitesse a au bout du temps $\frac{a}{g}$, on voit que le corps, en redescendant après avoir cessé de monter, reviendra à son point de départ avec une vitesse égale à sa vitesse d'impulsion primitive, mais dirigée en sens contraire, et il aura mis à redescendre le même temps qu'il avait mis à monter.

Mais il y a plus : ce que nous venons de dire du point de départ, nous pouvons tout aussi bien le dire de chacun des points du parcours : en chacun de ces points il passe deux fois, en montant d'abord, et avec une certaine vitesse ascendante qu'on pourrait, en ne considérant les choses qu'à partir de ce moment, prendre pour une vitesse initiale, puis en descendant, et alors avec une vitesse égale; de plus les deux passages ont lieu à des intervalles de temps égaux, l'un avant, et l'autre après l'arrivée au point le plus haut. Il y a donc en quelque sorte symétrie entre l'ascension et la descente par rapport au point le plus haut; à intervalles de temps égaux, les positions sont les mêmes et les vitesses égales.

13. **Mouvement d'un projectile lancé dans une direction quelconque.**— Supposons maintenant que le corps pesant ait reçu une impulsion oblique dans une direction quelconque. S'il n'y avait point de pesanteur, il prendrait, les choses étant disposées comme dans la figure, un mouvement uniforme qui le porterait en haut et à droite de son point de départ ; au bout de 1, 2, 3... secondes, il serait, par

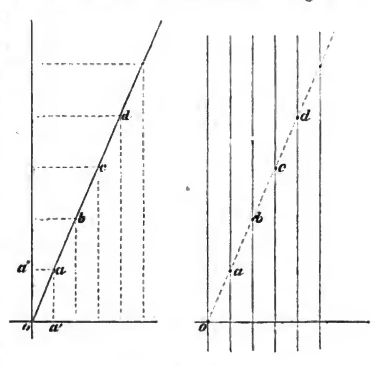


Fig. 12.

exemple, successivement en *a*, *b*, *c*...; la hauteur au-dessus de l'horizontale du point *o* augmenterait uniformément, et de même aussi la distance à la verticale du point *o*. En sorte qu'on pourrait réaliser le mouvement en imaginant une verticale se transportant uniformément vers la droite, pendant que sur cette verticale un point s'élèverait uniformément.

Dans la réalité le corps est pesant, et l'action de la pesanteur, qui est une force verticale, doit avoir pour effet de modifier le mouvement dans le sens vertical, tandis qu'elle ne peut avoir d'influence sur le déplacement dans le sens horizontal. Ce mouvement vertical, au lieu d'être uniforme, deviendra le mouvement uniformément retardé que nous considérions plus haut, c'est-à-dire que, après une seconde, le projectile, qui serait arrivé en *a* s'il n'était pesant, sera arrivé seulement en *a'*, ayant avancé vers la droite de la même quantité, mais n'ayant monté que la hauteur d'ascension dans le mouvement uniformément retardé, au lieu de s'élever de la hauteur d'ascension dans le mouvement uniforme. De même, au bout de 2 secondes il sera en *b'* au lieu d'être en *b*, *bb'* étant la hauteur de chute d'un corps en 2 secondes; au bout de 3 secondes il sera en *c'* au lieu d'être en *c*, *cc'* étant la hauteur de chute en 3 secondes, et ainsi de suite. On pourrait se figurer d'une manière exacte le mouvement du projectile en imaginant ce corps lancé de bas en haut et se mouvant sur une droite verticale, tandis que cette droite se transporterait elle-même dans le sens horizontal d'un mouvement uniforme.

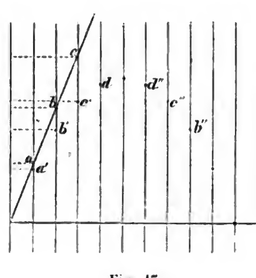


Fig. 13.

Comme un corps lancé sur une verticale monte pour retomber ensuite, nous voyons que le projectile décrira une courbe suivant laquelle il s'élèvera d'abord pour retomber ensuite, mais à droite de son point de départ. Et les deux portions ascendante et descendante de cette trajectoire seront absolument symétriques et parcourues dans le même temps; car, d'après ce que nous disions plus haut de la symétrie qui existe entre l'ascension et la chute

d'un corps lancé verticalement de bas en haut, une seconde avant et une seconde après l'instant où il est le plus haut possible, il sera à la même hauteur; il sera d'ailleurs à la même distance de la verticale du point culminant, puisque le déplacement horizontal se fait uniformément; il occupera donc, à ces deux époques, deux positions telles que d' et d''; deux secondes avant et deux secondes après le passage au point culminant, il occupera deux positions telles que c' et c'', et ainsi de suite; les deux parties de la courbe sont donc symétriques.

Il reste maintenant à savoir ce que c'est que cette courbe. Pour cela, considérons la branche descendante et le mouvement sur cette branche, à partir du point culminant. Et remarquons d'abord que, en ce point, la vitesse est celle du mouvement horizontal, puisque en cet instant il n'y a plus ni ascension ni descente; le parcours de la branche descendante a donc lieu absolument comme si le corps était lancé horizontalement à partir de h. Au bout de 1, 2, 3 secondes, il est en d'', c'', b'', ayant descendu de quantités qui sont les espaces parcourus par un corps qui tombe. Ces espaces sont proportionnels aux carrés des temps, ou, ce qui revient au même, aux carrés des distances à la verticale du point h, lesquelles varient uniformément. La courbe, qui a d'ailleurs h pour sommet et sa verticale pour axe de symétrie, est donc telle que *pour ses différents points la distance à la tangente au sommet soit proportionnelle au carré de la distance à l'axe;* c'est donc une *parabole,* car ceci est une propriété connue de cette courbe : ainsi *un corps pesant lancé dans une direction quelconque décrit une parabole.*

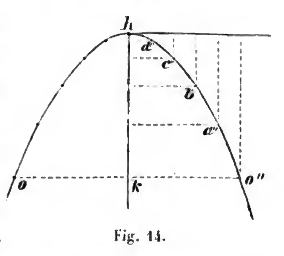


Fig. 14.

Bien entendu nous avons fait abstraction, dans tout ce qui précède, de l'influence de la résistance de l'air, qui altère très-légèrement dans la réalité la forme de la trajectoire. Ce que nous avons déjà dit, de même que ce qui nous reste à énoncer à ce sujet, doit être priscomme représentant, seulement avec une très-grande approximation, ce qui se passe rigoureusement parlant lorsque le mouvement a lieu dans l'air.

14. La trajectoire parabolique d'un projectile varie avec la vitesse initiale qui lui a été imprimée, et aussi avec la direction de cette vitesse. La hauteur qu'atteint le projectile dépend uniquement de la vitesse initiale du mouvement vertical. Si *oa* est en grandeur et en direction la vitesse imprimée, c'est-à-dire l'espace que le corps parcourrait en une seconde s'il n'était pas soumis à l'action de la pesanteur, *oa'* et *oa''* sont les deux vitesses de déplacement dans le sens vertical et dans le sens horizontal; la construction de la figure les fait donc connaître immédiatement. Dès lors, $\frac{a''^2}{2g}$ est la hauteur à laquelle parvient le projectile lancé dans la direction *oa*, puisque c'est la hauteur à laquelle parvient un corps lancé verticalement avec la vitesse *a''* (12).

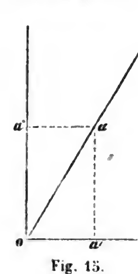


Fig. 15.

On voit de même que la trajectoire sera d'autant plus ouverte que la vitesse dans le sens horizontal sera plus grande; car l'effet de la pesanteur, toujours le même pour un même intervalle de temps, se répartira sur un espace horizontal plus considérable. En une seconde, par exemple, un corps pesant tombe d'une hauteur égale à $\frac{1}{2}g$, c'est-à-dire $4^m,904$: si donc on le suppose lancé successivement dans le sens horizontal avec des vitesses de 1 mètre, 5 mètres, 10 mètres, on aperçoit immédiatement, à l'inspection de la figure, que la trajectoire s'infléchit d'autant moins rapidement que la vitesse est plus grande; et si on la suppose de 500 ou 600 mètres, comme est celle d'un projectile sortant d'une arme de guerre, cette trajectoire différera à peine d'une ligne droite dans une partie assez étendue. Néanmoins, on voit que si le but à atteindre est éloigné, il devient nécessaire de tenir compte de cette courbure. A 600 mètres, un projectile, dans ces conditions, passerait à près de 5 mètres au-dessous du but vers lequel il aurait été lancé horizontalement. Il faut donc alors diriger le projectile un

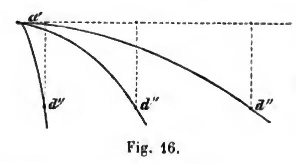


Fig. 16.

peu obliquement, de manière à ce qu'il décrive une parabole ascendante et ne retombe qu'à la distance voulue. C'est à savoir ainsi tenir compte des distances et donner au tir une direction convenablement inclinée que consiste la principale habileté de l'artilleur et du tireur à grande distance.

C'est afin de faciliter cette manœuvre que la plupart des armes à longue portée sont actuellement munies de *hausses mobiles*. Ordinairement on dirige le canon du fusil vers le but à atteindre au

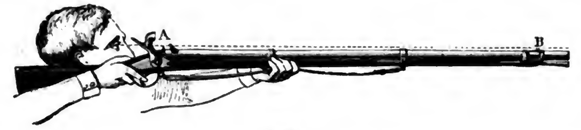


Fig. 17.

moyen de deux repères placés aux deux extrémités de ce canon, et suivant lesquels on dirige sur ce but un rayon visuel ; quand tout est de niveau, le canon est horizontal. Si de ces deux repères le plus voisin de l'œil était plus haut que l'autre, en opérant de même, le canon ne serait plus parallèle au rayon visuel dirigé en ligne droite vers le but ; il aurait une direction ascendante et d'autant plus inclinée que le repère serait plus haut. Tel est pré-

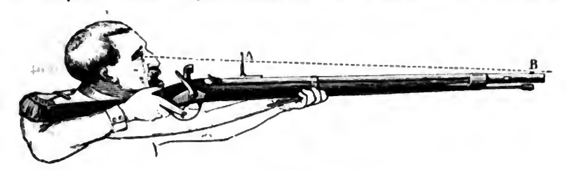


Fig. 18.

cisément l'effet de la hausse mobile, qui est graduée de manière à ce que le tireur puisse l'élever plus ou moins, en raison de la distance à laquelle il se trouve de l'objet à atteindre; plus il est loin, plus le canon se trouve incliné, et plus la parabole décrite par la balle sera prononcée.

Ceci suffit à montrer de quelles sortes d'applications est susceptible la question qui nous a occupés. Les développements géométriques assez simples dont elle est susceptible amèneraient

à des conséquences intéressantes*. Ainsi, par exemple, si on suppose le projectile lancé avec la même vitesse, mais dans des directions plus ou moins inclinées avec l'horizon, on peut reconnaître que ce projectile retombera plus ou moins loin, et que la plus grande portée du jet correspond à une inclinaison de 45°. De plus, il y a une certaine courbe qui se trouve aussi être une parabole, et qui renferme tous les points susceptibles d'être atteints par des projectiles lancés avec une vitesse déterminée.

* Il est bien facile d'en indiquer les principaux traits.

Nous avons déjà dit que la forme de la parabole dépendait seulement de la vitesse initiale horizontale a'; il est facile de voir comment. Dans une parabole, la distance d'un point à l'axe est moyenne proportionnelle entre le double du paramètre et la distance à la tangente au sommet. Si on applique ce théorème au point d'', position du projectile une seconde après qu'il a passé au sommet b de la courbe, il vient $a'^2 = 2p.\frac{1}{2}g$, ou $p = \frac{a'^2}{g}$, c'est-à-dire que le paramètre de la parabole est égal au double de la hauteur de chute qui produirait la vitesse a'. Si on applique ce même théorème au point de départ, on obtiendra l'*amplitude du jet*, c'est-à-dire la distance oo'' à laquelle retombera le mobile : $\frac{1}{4}\overline{oo''}^2 = 2p.bK$, ou $\frac{1}{4}\overline{oo''}^2 = 2.\frac{a'^2}{g}.\frac{a''^2}{2g}$, $oo'' = 2.\frac{a'a''}{g}$.

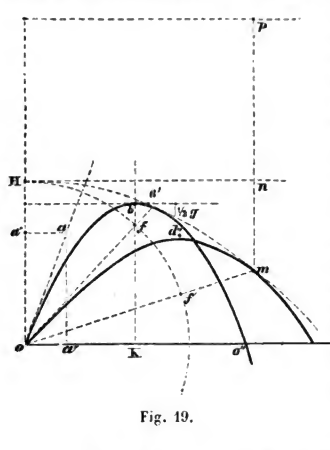


Fig. 19.

Si on suppose la vitesse initiale a constante et sa direction variant, la trajectoire variera, et aussi l'amplitude du jet. Comme $a'^2 + a''^2 = a^2$, on voit que le carré de cette amplitude est à un facteur constant près le produit de deux quantités dont la somme est constante; elle est donc la plus grande possible lorsque $a' = a''$, c'est-à-dire lorsque le projectile est lancé sous une inclinaison de 45°.

La directrice de la parabole est une horizontale située au-dessus du sommet à une distance $\frac{1}{2}p$; sa hauteur au-dessus de oo'' est donc $\frac{a''^2}{2g} + \frac{a'^2}{2g}$, ce qui est $\frac{a^2}{2g}$, la hauteur qui produirait la vitesse a. — De là résulte que pour toutes les paraboles provenant d'une même vitesse initiale a, tous les foyers sont sur un cercle ayant pour rayon cette hauteur oH et pour centre le point de départ commun, qui doit être à égale distance de la directrice commune et du foyer.

Il est facile de voir que les points situés à égale distance de ce cercle et de la

Quelques-uns de ces faits peuvent être vérifiés par l'expérience d'une manière simple. Un jet d'eau dirigé obliquement doit décrire à peu près une parabole, puisque les différentes gouttes d'eau ne sont autre chose que des projectiles pesants. Si on fait donc jaillir un filet d'eau par un petit orifice disposé à l'extrémité d'un tube communiquant avec un réservoir à niveau constant, ce filet d'eau décrira une courbe visible et très-distincte dans sa plus grande partie. Si parallèlement à cette courbe se trouve placé un tableau sur lequel aient été tracées des paraboles, on pourra reconnaitre que cette courbe est effectivement une parabole ; on pourra voir que l'amplitude du jet varie, qu'elle est maximum pour une inclinaison de 45°, que toutes les trajectoires obtenues avec la même vitesse sont renfermées dans l'intérieur de la parabole dite *parabole de sûreté*, etc.

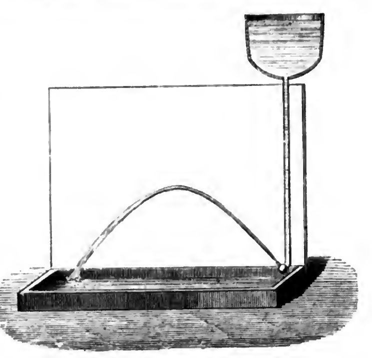


Fig. 29.

15. **Indépendance des effets produits par plusieurs causes de déplacement.** — Nous venons, dans ce qui précède, d'employer pour les besoins de la question qui nous occupait, une remarque à peu près évidente d'elle-même, mais qui, mieux entendue dans toute sa généralité, est un fait d'observation d'une très-

directrice commune sont sur une parabole, car ils sont tous à égale distance du point de départ et d'une horizontale située à une hauteur double de celle de la directrice. Si on considère une quelconque des trajectoires, elle a un point commun avec cette parabole, celui qui est sur l'alignement du foyer et du point de départ, car $mf' = mn$, $of' = oH$ ou nP, et $mo = mP$; les autres sont en dedans. Ainsi cette parabole enveloppe toutes les trajectoires correspondant à la vitesse a; il est donc impossible d'atteindre avec un projectile ayant cette vitesse un but situé en dehors de cette parabole, d'où lui vient le nom de *parabole de sûreté*.

On pourrait encore sans difficulté déterminer quelle serait la direction du jet permettant d'atteindre un but fixé dans l'intérieur de cette parabole, etc.

grande importance. Nous avons d'abord considéré un mouvement oblique comme pouvant être en quelque sorte décomposé en deux mouvements, l'un horizontal et l'autre vertical, et remplacé par eux ; puis, un peu plus loin, un corps étant sollicité par une force agissant verticalement et par une impulsion oblique, nous avons séparé les deux effets et obtenu l'effet réellement produit en combinant, en superposant si on peut ainsi parler, ces effets séparés. En général, toutes les fois qu'il y a plusieurs causes de déplacement pour un corps, elles produisent leurs effets en quelque sorte indépendamment les unes des autres, et le mouvement effectivement produit se trouve être le résultat de leur superposition. En d'autres termes, *si on considère ce qui se passe pendant un certain laps de temps quelconque, dans cet intervalle chacune d'elles donnerait lieu, si elle était seule, à un certain déplacement, et on pourrait imaginer qu'elles agissent successivement ; le déplacement final ainsi obtenu sera exactement le même que le déplacement effectivement produit par les influences diverses simultanées.* Ainsi, par exemple, supposons un homme placé en *a* sur un bateau en marche, et passant d'un bord à l'autre dans l'intervalle de 1 minute; il se trouve arrivé en *b* au bout de ce temps. On pourrait d'abord imaginer que pendant cette minute le mouvement général du bateau eût seul eu lieu ; l'homme à sa place aurait été transporté de *a* en *a'* : puisque, le bateau restant immobile à son tour, l'homme eût effectué son passage d'un bord à l'autre ; le déplacement total eût été le même, il aurait toujours consisté à passer de *a* en *b*. Le déplacement réel de *a* en *b* peut donc ainsi être remplacé par les deux déplacements *aa'* et *bb'*, ou, comme on dit, *décomposé* en ces deux déplacements ; on dit qu'il est le mouvement *résultant* de ceux-là.

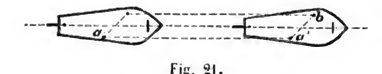


Fig. 21.

Si on suppose que ces différents déplacements s'effectuent par un mouvement uniforme, et qu'on considère ce qui se passe pendant 1 seconde, les espaces parcourus seront alors les vitesses, et on dira que la vitesse du mouvement réel est la *résultante* des deux autres vitesses, qui sont appelées ses *composantes ;* comme *ab* est visiblement la diagonale du parallélogramme construit sur *aa'* et *a'b*, on dit que *la vitesse résultante de deux autres est la*

diagonale du parallélogramme construit sur ses composantes. De là résulte qu'une vitesse peut toujours être décomposée en deux autres, telles qu'elle soit la diagonale de leur parallélogramme.

16. **Proportionnalité des forces aux vitesses ou aux espaces.** — D'après le principe évident que nous venons d'énoncer, une force double d'une autre, c'est-à-dire composée de deux forces égales à la première, aura communiqué à un corps, au bout d'un certain temps, une vitesse double de celle que lui communiquerait la première dans le même temps; et de même elle lui aura fait parcourir un espace double, puisque les effets produits par chacune des deux forces qui la composent doivent s'ajouter pour former l'effet total. Par la même raison, une force triple donnerait lieu à une vitesse triple, à un espace parcouru triple, et ainsi de suite. Ainsi, *deux forces sont entre elles comme les vitesses qu'elles impriment à un même corps, ou comme les espaces qu'elles lui ont fait parcourir, au bout d'un même temps.*

17. **Mesure d'une force.** — De là nous pouvons conclure immédiatement la mesure d'une force, c'est-à-dire la règle au moyen de laquelle nous pouvons estimer le nombre de kilogrammes auquel elle équivaut, d'après l'effet qu'elle est capable de produire dans un temps donné sur un corps connu.

Supposons, pour fixer les idées, que, au bout de 3 secondes, cette force ait fait acquérir à un corps pesant 5 kilogrammes une vitesse de 10 mètres par seconde. Si ce corps tombait librement, c'est-à-dire s'il était soumis à l'action de son poids seul, l'action de cette force, qui est 5 kilogrammes, lui ferait acquérir en 1 seconde une vitesse égale à g (c'est-à-dire $9^{m},8088$), et au bout de 3 secondes une vitesse égale à $3g$. Par conséquent, en désignant par F la mesure de la force que nous considérons, nous pouvons écrire la proportion $\frac{F}{5^{k}}=\frac{10^{m}}{3g}$, d'où $F=5^{k}\frac{10^{m}}{3g}$, ce qui fait $F=1^{k},702$. Et en général on voit que si on désigne par p le poids du corps sur lequel a agi la force considérée, par v la vitesse qu'elle lui a imprimée au bout de t secondes, on aura

$$F=p.\frac{v}{gt}.$$

Dans cette expression, g est un facteur constant qui se reproduira toujours le même, quels que soient la force en question et le

corps sur lequel on a observé son action. Dès lors, au lieu de faire entrer dans la formule le poids p, on y fait entrer quelquefois seulement le quotient $\frac{p}{g}=m$: on désigne ce quotient sous le nom de *masse* du corps, et on écrit alors la formule $F=\frac{mv}{t}$.

Bien entendu, dans ce qui précède, nous entendons par v la vitesse imprimée par l'action de la force, c'est-à-dire la vitesse absolue acquise si le corps était primitivement en repos, ou bien la variation de vitesse résultant de l'action de la force s'il avait déjà une vitesse acquise dans le sens de la force.

18. **Mouvement produit par une force donnée.** — Réciproquement une force étant connue, on pourra savoir quelle vitesse elle imprimerait à un corps donné au bout d'un temps donné, et, plus généralement, quel mouvement uniformément accéléré elle lui imprimera.

Soit F kilogrammes la force, p le poids du corps sur lequel elle agit. Ce poids lui imprimerait la vitesse g en une seconde; donc si on appelle G la vitesse que lui imprimera dans le même temps la force F, on aura $p : F :: g : G$, d'où $G=g.\frac{F}{p}$; et la vitesse au bout d'un temps quelconque t sera $v=Gt$, ou $v=g\frac{F}{p}t$.

Les formules pour le mouvement accéléré produit par l'action de la force F seront absolument celles du mouvement produit par la pesanteur, en y remplaçant g par G ou par sa valeur; ainsi on aura $e=\frac{1}{2}Gt^2$ ou $e=\frac{1}{2}g\frac{F}{p}t^2$; et aussi $v^2 = 2Ge$ ou bien $v^2=2g\frac{F}{p}e$.

Par exemple, si une force de 10 kilogrammes agit sur un corps pesant 35 kilogrammes, la vitesse imprimée au bout de 1 seconde sera $g.\frac{10}{35}$ ou $2^m,8025$. L'espace parcouru au bout d'un nombre t de secondes serait $e=\frac{1}{2}.2^m,8025 . t^2$ et on aurait $v^2=2 . 2^m,8025 . e$.

19. La machine d'Athwood dont nous avons déjà eu occasion de

parler, peut servir à vérifier la proportionnalité des forces aux vitesses ou aux espaces, et par conséquent le principe de l'indépendance des effets de plusieurs forces dont nous avons déduit cette proportionnalité. En effet, dans la machine d'Athwood, le poids supplémentaire est une force qui met en mouvement ce corps lui-même et les deux autres qui se faisaient équilibre; appelons p le poids supplémentaire, P chacun des deux autres, le poids p met donc en mouvement un ensemble de corps dont le poids total est $p+2P$. Supposons qu'on ait réglé le pendule ou le métronome dont on se sert pour avoir des intervalles de temps égaux, de manière à ce qu'il batte la seconde : on pourra, comme nous l'avons indiqué précédemment, trouver la vitesse V imprimée au corps $p+2P$ par le poids p en une seconde. Si ce poids $p+2P$ tombait librement, c'est-à-dire si la force $p+2P$ agissait librement sur ce corps, elle lui donnerait la vitesse g; on doit donc avoir $\frac{p}{p+2P}=\frac{V}{g}$. C'est ce qu'on pourra vérifier.

La machine d'Athwood pourrait encore être employée à déterminer la longueur g, en admettant le principe dont nous venons d'indiquer une vérification qui suppose connue cette vitesse : en mesurant p, P et V, la proportion précédente fournira g. Mais ce procédé exige dans l'appareil une précision très-difficile à obtenir, et dont on ne peut d'ailleurs jamais être suffisamment certain ; il existe pour la détermination de ce nombre important un autre moyen d'un emploi plus exact et plus facile dont nous indiquerons plus tard le principe.

CHAPITRE II

COMPOSITION DES FORCES

Lorsque plusieurs forces agissent simultanément sur un même corps solide, il arrive dans certains cas que ces forces peuvent être remplacées par une seule qui produirait le même effet. Cette force unique s'appelle alors la *résultante* des premières, qui sont dites ses *composantes*. Il en est généralement ainsi lorsque plusieurs forces sont appliquées en un même point, et aussi lorsque, appliquées en des points différents, elles sont parallèles.

20. **Composition des forces appliquées en un même point.** — Considérons des forces constantes en grandeur et en direction appliquées en un même point; et, pour simplifier, nous supposerons d'abord qu'il n'y en ait que deux. L'une entraînerait le corps, supposé en repos, de A en B si elle agissait seule, et dans le même intervalle de temps l'autre lui ferait parcourir l'espace AC; si elles agissent simultanément, elles lui feront parcourir l'espace AD, puisque l'effet sera le même que si elles agissaient successivement (15), l'une amenant d'abord le corps en B, et la seconde produisant alors son effet pour l'amener de B en D suivant une ligne égale et parallèle à AC.

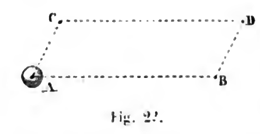


Fig. 2?.

Or, ainsi que nous l'avons dit plus haut, les forces sont proportionnelles aux espaces qu'elles font parcourir à un même corps dans un même temps: si donc la première force est représentée

par AB, la seconde le sera par AC, et puisque leur effet est d'amener le corps de A en D, une force représentée par AD produirait le même effet qu'elles deux. *Si deux forces agissent simultanément en un même point, elles ont une résultante, et cette résultante est représentée en grandeur et en direction par la diagonale du parallélogramme construit sur les deux lignes représentant de même les deux forces.*

Cette proposition, d'une importance extrême, peut très-facilement être vérifiée par l'expérience. Soient *o*A, *o*B, *oc*, trois règles articulées en *o*; toutes trois sont graduées en centimètres à partir de ce point; la troisième porte en *c* un petit plateau très-léger, tandis qu'aux extrémités A et B des deux autres sont fixés des cordons qui, passant sur deux petites poulies, supportent des poids. Tout l'ensemble est disposé devant un tableau noir vertical qui sert en même temps de support pour les poulies.

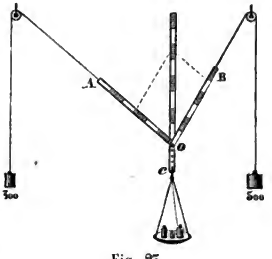


Fig. 25.

Il est évident que si une force détruit l'effet de deux autres, ou autrement leur fait équilibre, c'est qu'elle est égale et directement opposée à leur résultante. Supposons donc que, après avoir suspendu aux cordons A et B des poids connus, 300 et 500 grammes, par exemple, on établisse l'équilibre en plaçant un poids convenable dans le plateau *c*. On prend alors sur les deux règles *o*A et *o*B des longueurs 3 et 5, puis en traçant deux lignes sur le tableau placé derrière les règles, on achève le parallélogramme. On pourra vérifier, d'abord que le prolongement de la règle OC passe par le sommet de ce parallélogramme, ce qui montre que la résultante des deux premières forces a bien pour direction celle de la diagonale: de plus si on mesure la longueur de cette diagonale, on reconnaîtra qu'elle représente le poids placé dans le plateau *c*, de la même manière que les deux longueurs *o*A et *o*B représentaient les poids suspendus à droite et à gauche.

S'il y avait plus de deux forces appliquées au même point, on obtiendrait leur résultante en composant, ainsi que nous ve-

nons de le dire, les deux premières, puis la résultante partielle ainsi obtenue avec la troisième, et ainsi de suite.

21. Il est bon de remarquer que si les forces sont appliquées à un corps solide, peu importe qu'elles soient appliquées au même point ou que leurs directions seules aillent passer par un même point. Ainsi, par exemple, soient deux forces P et Q appliquées en A et B à deux points de la surface extérieure d'un corps solide; on peut prolonger par la pensée leurs directions jusqu'à leur

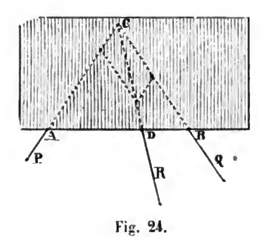


Fig. 24.

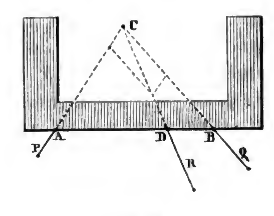


Fig. 25.

point de concours C, et les imaginer appliquées toutes deux au point C; l'effet de chacune d'elles ne sera point changé, car la partie AC du corps étant rigide, il est indifférent qu'elle soit tirée en A ou poussée en C par la force P; et de même pour la force Q. On pourra donc les composer toutes deux en une seule R, qu'on pourra alors appliquer effectivement au point D de la surface du corps solide, au lieu de l'appliquer en C.

Il en serait même encore ainsi dans le cas très-fréquent où, par suite de la forme du corps solide, le point de l'espace où concourent les directions des forces ne correspondrait à aucune des parties matériellement existantes de ce corps; car le transport des forces au point C n'étant pas réellement effectué, mais seulement supposé possible, on peut toujours imaginer que ce point ait été pour un instant relié au reste du corps par des tiges rigides, supprimées ensuite.

22. D'après la règle qui sert à la déterminer, on voit que la résultante des deux forces appliquées au même point est toujours moindre que leur somme, sauf le cas où elles ont même direction; et elle est d'autant moindre que leurs directions font un angle

plus grand. Deux forces considérables peuvent avoir une résultante beaucoup plus petite, ou, ce qui revient au même, être tenues en équilibre par une force beaucoup plus petite. Si un poids est suspendu à une corde attachée par un bout à un anneau fixe, les deux parties de la corde sont également tendues, autrement dit, les deux forces qui font équilibre au poids sont égales, et la résultante verticale est dirigée suivant la bissectrice de leur angle. La tension qu'il faut exercer sur la corde sera d'autant plus grande que l'angle sera plus ouvert. C'est ainsi qu'avec le bout du doigt on peut maintenir écartée de sa position d'équilibre une corde de harpe ou de piano très-fortement tendue; et c'est pour cela qu'un câble tendu horizontalement ne peut jamais avoir une forme parfaitement rectiligne: son poids suffit à lui donner une flexion très-sensible sur une grande longueur.

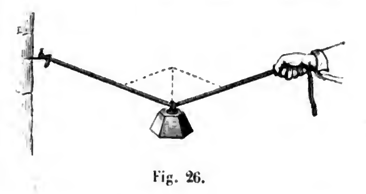


Fig. 26.

On voit qu'avec une même somme totale d'efforts dépensés, on peut obtenir des résultats très-différents et plus ou moins avantageux, suivant qu'ils seront plus ou moins bien dirigés et plus ou moins concordants. Par exemple, on enfonce les pieux en soulevant une lourde masse A qui vient ensuite retomber sur la tête du pieu D, disposés entre les montants C. Pour soulever cette masse, qu'on nomme *mouton*, on employait jadis toujours, et on emploie encore souvent aujourd'hui à défaut de procédés plus parfaits, une corde passant sur une poulie B et portant à son extrémité plusieurs cordes plus petites ou *tiraudes*, sur chacune desquelles agit un homme; les forces, appliquées suivant les différentes tirandes, ont une résultante dont la direction est celle du câble principal. D'après ce que nous disions, on perd toujours quelque chose de la somme totale des efforts développés par les travailleurs, et on en perd d'autant plus que ces efforts sont plus divergents et que les hommes sont plus éloignés les uns des autres.

23. De même que deux forces peuvent être remplacées par une seule, une seule force peut être remplacée par plusieurs autres;

c'est ce qu'on appelle décomposer une force. Pour qu'elle puisse être remplacée par deux autres, il suffit que la ligne qui la repré-

Fig. 27.

sente en grandeur et en direction se trouve être la diagonale du parallélogramme construit sur celles qui représentent ces deux autres forces, ce qui, visiblement, peut avoir lieu d'une infinité de manières. Ainsi une force peut être remplacée par deux autres de directions données, ou de grandeurs données, ou bien par deux forces dont l'une

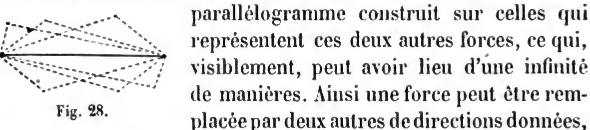


Fig. 28.

serait donnée de grandeur et de direction, etc.; on fait surtout usage de la décomposition d'une force en deux autres de directions données.

24. **Composition des forces parallèles.** — Considérons d'abord deux forces seulement, et deux forces de même sens. Il est à peu près évident de soi-même que deux forces égales et de même sens, appliquées en deux points différents d'un corps solide, ont une résultante égale à leur somme, c'est-à-dire double de chacune d'elles, et que de plus elle doit être appliquée au milieu de la ligne qui joint leurs points d'application; car il n'y a aucune raison pour qu'elle soit plus près de l'une que de l'autre. Au reste, c'est ce qu'on peut montrer expérimentalement avec l'appareil très-simple que voici. Une barre de bois est traversée en son milieu par une petite tige s'appuyant sur les deux faces d'une chappe qui peut elle-même être suspendue à un cordon; en faisant passer ce cordon sur une poulie, et y attachant un petit plateau, on pourra équilibrer la barre que l'on verra se tenir horizontale : sur la face inférieure de cette barre, et à égale distance, sont disposés de petits anneaux; l'appareil est complété par une série de poids égaux, disposés de manière à ce qu'on puisse les accrocher à la barre, et les accrocher les uns aux autres. Si on accroche deux de ces poids au milieu de la barre, et deux autres au plateau, l'équilibre existant se maintiendra; et si au lieu d'accrocher les deux premiers au milieu de la barre on les accroche à égale distance de ce milieu, l'un d'un côté et l'autre de l'autre, il en sera de même; par conséquent deux forces égales font le même effet qu'une force double appliquée au milieu de la ligne qui joint leurs points d'application.

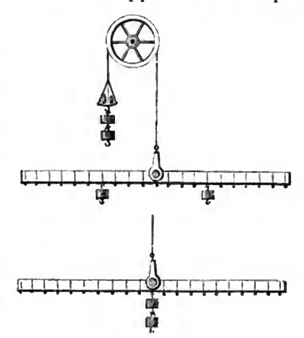


Fig. 29.

Ceci admis, il devient inutile d'équilibrer la barre, et nous pouvons rendre fixe la chappe qui la supporte. Si nous chargeons uniformément la barre en accrochant un poids au milieu et d'autres

à égale distance de chaque côté aux 2e, 4e, 6e, 8e, 10e anneaux, la barre restera horizontale, puisque chaque couple de poids équidistants produit le même effet que deux poids qui seraient accrochés au milieu, c'est-à-dire au point de suspension. Ainsi les onze poids distribués sur la barre font le même effet que onze poids accrochés au milieu.

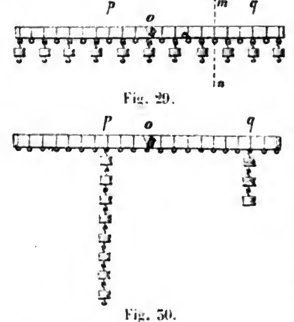


Fig. 29.

Fig. 30.

Maintenant partageons ces 11 poids en deux groupes, l'un de 8 et l'autre de 3. Les huit poids de gauche peuvent, d'après ce que nous venons de dire, être remplacés par 8 poids accrochés au milieu de la longueur qu'ils occupent, et ce milieu est à gauche du point de suspension, à une distance égale à 3 divisions; les 3 poids de droite peuvent de même être remplacés par 3 poids accrochés au 8e anneau. Donc deux poids, l'un 8 à une distance 3 du milieu à gauche, l'autre 3 à une distance 8 du milieu à droite, produisent le même effe qu'un poids 11 accroché au milieu de la barre. Nous pouvons donc conclure que *deux forces parallèles et de même sens ont une résultante égale à leur somme et appliquée en un point qui partage la distance des deux points d'application en deux parties inversement proportionnelles à ces forces.*

On peut encore vérifier directement cet énoncé en suspendant un poids à une barre soutenue à ses deux extrémités par des cordons passant sur deux poulies et supportant d'autres poids. Supposons le premier poids de 16 hectogrammes, partageant la barre en deux parties dont l'une soit le tiers de l'autre; pour que la barre soit en équilibre, il faudra que la somme des deux poids agissant sur les cordons soit égale à 16 hectogrammes, et que l'un soit le tiers de l'autre; ils devront être, l'un 4, l'autre 12 hectogrammes, le plus grand correspondant à la plus petite partie, et réciproquement.

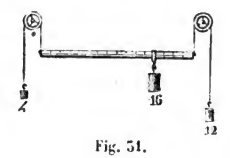


Fig. 31.

25. Nous avons supposé les deux forces agissant dans le même

sens ; mais on peut également trouver la résultante de deux forces parallèles de sens contraires. Reprenons la vérification expérimentale que nous venons d'indiquer; les trois forces 4 et 12 hectogrammes tirant d'un côté, 16 hectogrammes tirant de l'autre, se font équilibre, et si l'on supprimait l'une quelconque d'entre elles, cet équilibre serait détruit; donc, quelle que soit celle des trois forces que l'on considère, elle est égale et directement opposée à la résultante des deux autres. Ainsi les deux forces 16 hectogrammes et 12 hectogrammes de sens contraires ont pour résultante une force 4 hectogrammes agissant à l'extrémité de gauche de la barre et tirant de haut en bas. Cette résultante est, comme on le voit, la différence des deux forces, et agit dans le sens de la plus grande; de plus, la plus petite de ces deux forces est les 3/4 de l'autre, et la distance de la résultante 4 à la plus grande force 16 est les 3/4 de sa distance à la plus petite force 12. On voit donc que *deux forces de sens contraires ont une résultante égale à leur différence, agissant dans le sens de la plus grande, et appliquée en un point situé sur le prolongement de la distance des deux points d'application du côté de la plus grande, et tel que ses distances à ces deux points d'application soient inversement proportionnelles aux forces correspondantes.*

26. Il faut remarquer l'analogie de cet énoncé avec le précédent; les deux règles peuvent être résumées en disant que *les trois forces sont proportionnelles aux trois distances des trois points d'application, chacune d'elles pouvant être représentée par la distance des points d'application des deux autres.* Ainsi, dans le dernier exemple, les forces sont 4, 12 et 16; les trois distances sont 1, 3 et 4.

En appelant P et Q les deux forces, p, q leurs distances à la résultante, on a dans un cas comme dans l'autre $\frac{p}{q}=\frac{Q}{P}$, ou, ce qui revient au même; $Pp=Qq$; les deux produits qu'on obtient en multipliant chaque force par sa distance à la résultante doivent être égaux.

Soient $P=17^k,22$, $Q=8^k,14$, et 1^m la distance des deux points d'application; déterminons la résultante, en supposant successivement que ces forces agissent dans le même sens ou en sens contraires.

1° Dans le premier cas la résultante est $25^k,36$; et puisque chaque force est proportionnelle à la distance des points d'application des deux autres, en appelant x la distance de la force P au point d'application de la résultante, on aura $x:1^m::Q:R$, d'où $x=0^m,321$.

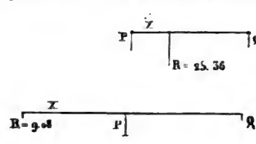


Fig. 32.

2° Dans le second cas la résultante est $9^k,08$, et nous savons qu'elle est appliquée à la gauche de P, la plus grande des deux forces; on aura de même, en opposant x la longueur dont il faut prolonger à gauche la distance des deux points d'application, $x : 1^m :: Q : R$, d'où $x=0^m,896$.

27. **Couple.** — D'après ceci, on voit que lorsque les deux forces agissent en sens contraires, la résultante est d'autant plus éloignée qu'elle est plus petite, c'est-à-dire que les deux forces diffèrent moins l'une de l'autre. En effet, nous avions, par exemple, plus haut $x=1^m\frac{Q}{R}$; si donc on suppose que P diminue de manière à se rapprocher de la valeur de Q, R qui est P — Q, diminuera aussi, et en même temps x augmentera, puisque le dénominateur de la fraction qui est sa mesure ira en diminuant. Dès lors, si les deux forces deviennent tout à fait égales, on voit que la règle de composition devient inapplicable; il n'y a plus de résultante. *L'ensemble de deux forces parallèles égales et de sens contraires ne peut être remplacé par une seule force;* un pareil système s'appelle un *couple*.

28. **Résultante d'un système de forces parallèles.** — Sauf ce cas exceptionnel, il est donc facile de composer en une seule deux forces parallèles quelconques; dès lors, on pourra composer un nombre quelconque de forces parallèles appliquées en divers points d'un corps solide. On composera ensemble les deux premières, puis leur résultante partielle avec la troisième, et ainsi de suite. Si toutes les forces agissent dans le même sens, il est visible que la résultante sera égale à leur somme, sinon elle sera la différence entre la somme des forces tirant dans un sens, et la somme des forces tirant dans l'autre sens.

29. **Centre d'un système de forces parallèles.** — On doit re-

marquer que la grandeur de la résultante d'un système de forces parallèles, et la situation dans l'espace de son point d'application, ne dépendent en aucune façon de la direction de ces forces; si on suppose que ces forces parallèles ne changent pas de grandeur et sont toujours appliquées aux mêmes points, mais prennent successivement différentes directions, leur ensemble pourra toujours être remplacé par une résultante de même grandeur et appliquée au même point. On voit en effet immédiatement qu'il en est ainsi pour deux forces, puisque la règle donnée plus haut ne contient rien qui se rapporte à leur direction : et dès lors il en est de même pour un nombre quelconque de forces, puisqu'on n'en compose jamais que deux à la fois.

Ce point fixe dans le corps, par où passe constamment la résultante d'un faisceau de forces parallèles appliquées aux mêmes points, lorsque la direction varie, s'appelle le *centre* du système des forces; pour le déterminer on voit qu'il suffit de connaître les points d'application et l'intensité de la force appliquée à chacun d'eux.

30. **Équilibre du levier.** — On désigne sous le nom de *levier* un corps mobile autour d'un axe fixe : la forme peut d'ailleurs varier beaucoup, comme nous verrons plus tard. On suppose que deux forces y sont appliquées, tendant l'une à le faire tourner dans un sens, l'autre à le faire tourner dans l'autre sens. Nous pouvons déduire facilement de ce qui précède la condition pour que ces deux forces se fassent équilibre.

Remarquons d'abord que si une force agit pour faire tourner un corps autour d'un axe fixe, l'effet sera toujours le même, quelle que soit sa direction, pourvu qu'elle passe toujours à la même distance de l'axe. Si l'on suppose, par exemple, que pour faire tourner une roue on applique tangentiellement à sa circonférence une certaine force, peu importe le point de la circonférence où elle sera appliquée.

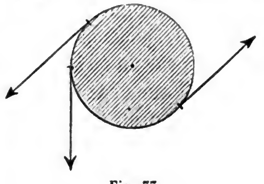


Fig. 33.

Ceci admis, soit un corps mobile autour de l'axe C, et auquel deux forces sont appliquées, l'une P en un point A, l'autre Q en

un point B; nous pouvons supposer que les points A et B sont les pieds des perpendiculaires abaissées du point C sur les directions de ces forces, puisque s'il en était autrement on pourrait y transporter les points d'application. D'après ce que nous venons de dire, nous pouvons rendre la force P parallèle à la force Q en la faisant en quelque sorte tourner autour du point C, AC devenant A'C sur le prolongement de CB, et la direction AP devenant A'P; l'effet de la force P pour faire tourner le levier restera le même. Mais alors, pour que les deux forces P et Q, maintenant parallèles, n'aient aucun effet pour faire tourner le corps autour de l'axe C, il faut nécessairement qu'elles aient une résultante dont le point d'application soit en C; il faut donc qu'elles soient en raison inverse de AC et CB. On désigne habituellement ces distances sous le nom de *bras de levier*. Donc *pour que deux forces se fassent équilibre sur un levier, il faut qu'elles soient en raison inverse de leurs bras de levier.*

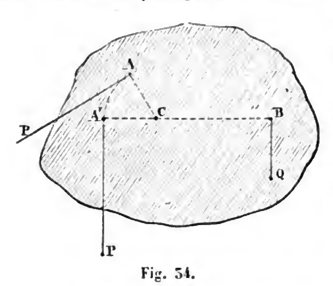


Fig. 34.

En désignant AC par p et BC par q, la condition est $P : Q :: q : p$, qui peut s'écrire aussi $Pp = Qq$; les deux produits qu'on obtient en multipliant chaque force par sa distance à l'axe doivent être égaux.

31. On désigne un pareil produit sous le nom de *moment* de la force correspondante. En sorte que, *pour que deux forces se fassent équilibre sur un levier, il faut que leurs moments soient égaux.*

On voit que deux forces dont les moments sont égaux sont équivalentes sur un levier; pourvu qu'elles agissent dans le même sens, on peut substituer l'une à l'autre sans que l'effet soit changé. Une force étant donnée, on peut, par exemple, lui en substituer une autre d'intensité connue; en la faisant agir à une distance convenable de l'axe, elle produira le même effet. On peut de même remplacer une force par une autre agissant avec un bras de levier donné.

Une force peut même remplacer plusieurs autres forces, pourvu

que son moment soit égal à la somme de leurs moments. En effet, considérons plusieurs forces, P ayant un bras de levier p, Q ayant un bras de levier q, et ainsi de suite, agissant pour faire tourner dans le même sens ; elles n'auront généralement pas la même direction, mais en les faisant tourner comme nous disions plus haut, on pourra amener tous leurs bras de levier sur la même droite ; alors on pourra leur donner à toutes le même bras de levier p, en modifiant leurs intensités ; la force Q ayant le bras de levier q se trouvera, par exemple, remplacée par une force $Q\frac{q}{p}$, ayant pour bras de levier p. Mais alors toutes les forces, déjà parallèles, agissent suivant la même droite, et par conséquent s'ajoutent, et on a simplement sur le bras de levier p une seule force $\left(P + Q\frac{q}{p} + \cdots\right)$, pouvant remplacer l'ensemble des forces primitives, et dont le moment est visiblement la somme de leurs moments.

De même une seule force pourra être remplacée par plusieurs autres. Par exemple, une force P ayant pour bras de levier p pourra être remplacée par deux forces $\frac{1}{2}P$, agissant de part et d'autre de l'axe fixe sur le même bras de levier p. Ainsi, dans un manége où travaillent deux chevaux, il est indifférent de les atteler tous deux à la même extrémité d'une barre, ou bien de les atteler chacun à une barre.

CHAPITRE III

CENTRE DE GRAVITÉ

32. Appliquons à l'action de la pesanteur sur les corps ce que nous avons dit sur la composition des forces parallèles, et les résultats auxquels nous sommes arrivés relativement à l'existence d'un centre des forces parallèles. Bien que le fait échappe à l'observation directe, nous pouvons regarder comme certain que les corps sont composés de molécules, trop petites pour être perceptibles par nos organes, mais qui n'en sont pas moins de petits corps pesants ; le poids de chacune d'elles est une force constante, et pour toutes les parties d'un même corps ce sont des forces parallèles. Donc, les poids de toutes les molécules d'un corps solide ont une résultante égale à leur somme, qui constitue ce que nous appelons le poids du corps ; et quelles que soient les différentes positions qu'on lui donne, les directions des résultantes pour toutes ces positions se coupent en un même point, fixe dans le corps : car faire tourner ce corps, la direction des forces parallèles restant fixe, revient absolument au même que de changer la direction du faisceau des forces parallèles tandis que le corps auquel elles sont appliquées resterait fixe.

Ce point de l'intérieur d'un corps par où passe constamment la direction de son *poids*, quelle que soit sa position par rapport à la verticale, se nomme son *centre de gravité*.

Un assemblage de plusieurs corps liés entre eux d'une manière invariable, est considéré comme un seul et même corps ; il a un centre de gravité, absolument comme un corps unique, qui est lui-même, avons-nous dit, un assemblage de molécules.

Ainsi on pourra toujours regarder le poids d'un corps ou d'un assemblage de plusieurs corps comme une force unique, dirigée verticalement et appliquée au centre de gravité du corps ou assemblage : et on pourra faire équilibre à l'action que la pesanteur exerce sur toutes les molécules, en appliquant à ce centre de gravité une force unique, égale au poids total, et agissant en sens contraire de la pesanteur.

Réciproquement, lorsqu'une force unique fera équilibre aux poids de toutes les molécules d'un corps, la direction de cette force sera verticale, et elle passera par le centre de gravité de ce corps. Ainsi lorsqu'un corps suspendu par un fil sera en équilibre et que l'action de la pesanteur sera par conséquent détruite par la seule résistance du fil, la direction de ce fil sera verticale, et son prolongement AB passera par le centre de gravité du corps.

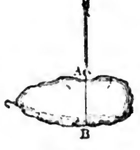


Fig. 35.

Sur ce fait est fondée l'existence de l'instrument, si fréquemment employé, connu sous le nom de *fil à plomb*.

33. **Détermination du centre de gravité.** — On déduit de là une manière simple, et parfois susceptible d'être mise en pratique, de trouver par expérience le centre de gravité d'un corps de figure quelconque. En effet, si on suspend le même corps à un fil successivement par deux points A et C, et qu'on prolonge dans l'intérieur du corps les deux directions du fil, le point G où ces deux directions se couperont sera le centre de gravité.

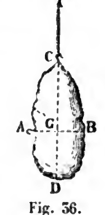
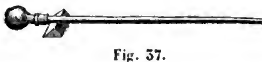


Fig. 36.

L'application de cette méthode présente quelques difficultés ; elle est néanmoins parfois utile même pour des corps très-lourds, lorsque leurs formes compliquées ne se prêtent pas facilement aux méthodes géométriques dont nous indiquerons plus loin l'existence.

On la modifie quelquefois en remplaçant la suspension par la mise en équilibre sur une arête vive. Il est évident que, lorsqu'il y a ainsi équilibre, le plan vertical passant par cette arête contient le centre de gravité, et on pourra marquer sur la surface extérieure du corps la trace de ce plan : en répétant, s'il le faut, l'opération


Fig. 37.

sur trois faces, on déterminera la position du centre de gravité.

34. Dans certains cas, lorsque le corps est homogène, la symétrie de la forme simplifie cette détermination en fournissant d'avance certains renseignements sur cette position du centre de gravité. Ainsi, il est évident que si un corps homogène se compose de deux parties symétriques par rapport à un certain plan, le centre de gravité est dans ce plan; c'est ce qui arrive dans un très-grand nombre de cas, et il suffit alors de deux observations pour fixer sa position dans ce plan.

De même si un corps a deux plans de symétrie, une seule observation suffira pour fixer la position du centre de gravité sur leur ligne d'intersection.

Si le corps a un centre, c'est-à-dire s'il est tel qu'à chaque partie en corresponde une autre absolument pareille et située à égale distance de l'autre côté d'un point fixe, ce centre de figure est évidemment le centre de gravité, puisque les poids égaux de ces deux parties auraient leur résultante appliquée en ce point, et qu'il en serait de même pour tous les autres couples de parties correspondantes : c'est ainsi que le centre de gravité d'une sphère est en son centre, celui d'un parallélipipède au point d'intersection des diagonales, etc. Par une raison analogue, si le corps est de révolution, comme toutes les pièces travaillées sur le tour, le centre de gravité est sur l'axe, et une seule observation suffit à l'obtenir.

35. Il arrive quelquefois que le corps considéré a la forme d'une plaque ou d'une couche dont l'épaisseur est très-petite relativement aux autres dimensions; on l'assimile alors à une surface sans épaisseur, et c'est ainsi qu'il y a lieu de considérer le centre de gravité d'une surface, et même celui d'une ligne en supposant que la longueur du corps soit très-grande par rapport à ses dimensions transversales.

36. **Ligne droite.** — Le *centre de gravité d'une ligne droite* est en son milieu.

Arc de cercle. — Le *centre de gravité d'un arc de cercle* est évidemment sur le rayon qui passe en son milieu; et on peut démontrer que *sa distance au centre est égale au rayon diminué dans le rapport de la corde à l'arc*. Par exemple, soit un arc de 45° sur un cercle de rayon $3^m,30$. La longueur de l'arc est $\frac{\pi}{4} \cdot 3^m,30$ ou $2^m,592$; on

trouve dans des tables spéciales (ou bien au moyen de tables trigonométriques) la longueur de la corde; elle est ici $2^m,526$. Le centre de gravité est donc à une distance du centre égale à $3^m,30\,\frac{2,526}{2,592}$ ou $3^m,217$.

Nous ne pouvons démontrer cette règle; mais elle est utile à connaître, et nous aurons à l'appliquer.

37. **Triangle.** — Si on conçoit l'aire du triangle ABC partagée en très-grand nombre de petites bandes par des parallèles à l'un des côtés BC, le centre de gravité de chacune de ces bandes se trouvera en son milieu; son poids y sera donc appliqué : et comme ces milieux sont tous situés sur la ligne qui joint le sommet A au milieu de BC, le poids total sera la résultante d'une série de poids appliqués aux différents points de cette ligne; et son point d'application, c'est-à-dire le centre de gravité du triangle sera lui-même sur cette ligne. Par la même raison, si du sommet C et par le milieu du côté opposé on mène une seconde droite, elle contiendra aussi le centre de gravité : il se trouvera donc à l'intersection de ces deux droites. On démontre facilement en géométrie qu'il est au tiers de chacune d'elles à partir du côté. Ainsi, *le centre de gravité d'un triangle est sur l'une quelconque des lignes joignant un sommet au milieu du côté opposé, au tiers de cette ligne à partir du côté.*

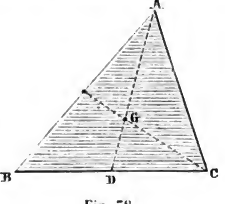


Fig. 38.

38. **Polygone quelconque.** — On le décomposera en triangles; le poids de chaque triangle sera alors appliqué en son centre de gravité, et il suffira dès lors de composer par la règle donnée précédemment cette série de poids proportionnels aux surfaces des triangles, et appliqués en des points connus : on trouvera le point d'application du poids total, c'est-à-dire le centre de gravité du polygone.

39. **Pyramide.** — Imaginons la pyramide décomposée en tranches très-minces par des plans parallèles à la base; le poids de chacune de ces tranches sera appliqué en son centre de gravité qu'on pourra trouver comme il vient d'être dit. Or, tous ces centres

de gravité seront des points homologues dans ces tranches, qui sont des polygones semblables; et dès lors ils seront tous en ligne droite, sur la ligne joignant le sommet au centre de gravité de la base; donc aussi le centre de gravité de la pyramide, qui est le point d'application de la résultante de tous les poids partiels appliqués sur la longueur de cette droite.

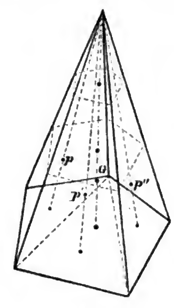


Fig. 39.

Mais on peut aller plus loin, et ce centre de gravité de la pyramide totale est au quart de cette ligne à partir de la base. — En effet, considérons d'abord une pyramide triangulaire (fig. 40); une face quelconque peut y être prise pour base, et, par conséquent, le centre de gravité se trouve à l'intersection de deux des lignes joignant un sommet au centre de gravité de la face opposée: il est alors facile de démontrer que ce point d'intersection est au quart de chacune de ces lignes à partir de la base*.

Ceci admis pour la pyramide triangulaire, décomposons la base de la pyramide en triangles par des diagonales, et la pyramide en pyramides triangulaires au moyen de plans passant par ces diagonales. Les poids de ces pyramides partielles seront appliqués en leurs centres de gravité $p\ p'\ p''$, situés chacun au quart d'une ligne allant du sommet à la base, et par conséquent tous dans le plan mené parallèlement à la base au quart de la hauteur. Donc le poids d'application du poids résultant, c'est-à-dire le centre de gravité sera aussi dans ce plan. Mais il est déjà sur la ligne allant du sommet au centre de gravité de la base; donc il est au quart de cette ligne.

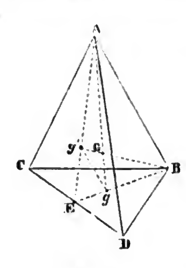


Fig. 40.

* Soient, en effet Ag et Bg' les deux lignes joignant le sommet A au centre g de la base BCD, et le sommet B au centre g' de la base ACD. D'après ce qui a été dit pour le triangle, si on joint à A et à B le milieu E de l'arête CD, les points g et g' sont sur les deux lignes EA et EB au tiers de leurs longueurs à partir du point E. Dès lors gg' est parallèle à AB et égal au tiers de AB; les triangles $gg'G$ et GAB sont équiangles; gG est donc le tiers de GA ou le quart de gA.

Ainsi, *le centre de gravité d'une pyramide quelconque est sur la ligne joignant le sommet au centre de gravité de la base, et au quart de cette ligne à partir de la base.*

40. **Cône.** — La règle sera la même pour un *cône* qu'on peut regarder approximativement comme une pyramide d'un très-grand nombre de côtés.

41. **Polyèdre.** — Comme un polyèdre quelconque peut toujours être décomposé en pyramides, on voit que, théoriquement parlant, on pourra toujours obtenir le centre de gravité d'un polyèdre.

42. **Prisme, cylindre.**— En décomposant comme tout à l'heure un prisme en tranches très-minces d'égale épaisseur, ces tranches seront égales ; leurs poids, égaux, seront appliqués en leurs centres de gravité respectifs, lesquels seront situés sur la ligne joignant les centres de gravité des deux bases, et également espacés sur cette ligne. Par conséquent, le poids total sera appliqué en son milieu. *Le centre de gravité d'un prisme est situé au milieu de la ligne joignant les centres de gravité des deux bases.*

Il en est de même évidemment pour un cylindre.

43. Enfin, si un corps est composé de différentes parties dont on puisse séparément trouver les centres de gravité, la détermination du centre de gravité total se réduit à une composition de forces parallèles suivant la règle précédemment donnée.

44. **Équilibre d'un corps pesant sur un plan horizontal.** — La théorie des centres de gravité présente de très-nombreuses applications dans toutes les parties de la mécanique ; nous en indiquerons ici seulement quelques-unes.

Si on place un corps pesant sur un plan horizontal, il s'y appuie en un certain nombre de points ; et l'action de la pesanteur se trouve alors équilibrée par la résistance du plan, laquelle donne lieu à des forces verticales agissant de bas en haut, et appliquées aux points d'appui ; en d'autres termes, le poids du corps, appliqué en son centre de gravité, est égal et directement opposé à la résultante des différentes résistances qui s'exercent aux différents points d'appui. Si, par exemple, le corps pèse 50 kilogrammes, la somme des résistances partielles des différents points sera une force de 50 kilogrammes dirigée de bas en haut suivant la verticale du centre de gravité : il faut bien qu'il en soit ainsi, puisque l'action de la pesanteur se trouve détruite.

On peut toujours former avec ces points d'appui ou un certain nombre d'entre eux comme sommets, un polygone convexe c'est-à-dire n'ayant point d'angle rentrant, qui les contienne tous : si, par exemple, on considère une de ces tables de salles à manger qui présentent des pieds destinés à soutenir la partie centrale de la table quand elle est ouverte dans toute son étendue, les pieds extérieurs forment un polygone convexe contenant les autres dans son intérieur. Les résistances, forces verticales toutes dirigées de bas en haut et appliquées aux différents points d'appui, auront une résultante dont le point d'application sera évidemment situé à l'intérieur de ce polygone, d'après la règle qui sert à composer des forces parallèles et de même sens. Par conséquent, pour que cette résultante puisse équilibrer le poids appliqué au centre de gravité, il faut que la verticale de ce centre de gravité tombe à l'intérieur de ce polygone.

Telle est la condition nécessaire pour l'équilibre d'un corps pesant sur un plan horizontal. Un cylindre oblique reposant par

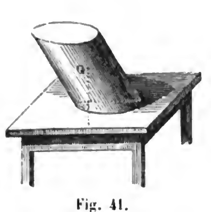



Fig. 41.

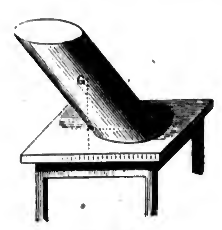


Fig. 42.

sa base sur une table, restera en équilibre si la verticale du centre de gravité tombe dans l'intérieur de sa base, tandis qu'il se renversera si elle tombe en dehors.

Lorsque le corps est formé d'une matière homogène, sa forme extérieure, déterminant la position du centre de gravité, détermine aussi sa stabilité ou sa chute ; par exemple, le centre de gravité d'un cylindre étant au milieu de sa longueur, il a suffi d'allonger le premier cylindre oblique pour le rendre incapable de se tenir sur sa base. Mais en *lestant* la partie inférieure, c'est-à-dire augmentant son poids en la composant d'une matière plus

lourde que celle qui forme le reste du cylindre, on pourra maintenir la stabilité tout en augmentant la longueur, parce que le centre de gravité se trouvera par là abaissé suffisamment pour que sa verticale tombe de nouveau dans l'intérieur de la base.

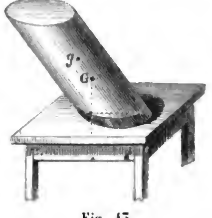
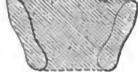


Fig. 43.

45. Le corps de l'homme a un centre de gravité comme tout autre corps pesant, et ce centre de gravité change de place quand l'homme remue quelqu'un de ses membres, ou quand il porte quelque fardeau; dans ce dernier cas son corps et le fardeau considérés dans leur ensemble, ont un centre de gravité par où passe la résultante du poids de l'homme et du poids de son fardeau. Dans tous les cas il faut que la verticale du centre de gravité total tombe dans l'intérieur du polygone d'appui, lequel, si l'homme est debout, sera le quadrilatère dont les deux pieds formeront deux côtés opposés. Sans cela le corps est entraîné du côté vers lequel se trouve le centre de gravité; et il tomberait si, par une sorte d'instinct qui est l'effet d'une longue expérience, l'homme ne changeait d'attitude en rejetant quelques-uns de ses membres du côté opposé. De même pendant la marche le corps prend un léger mouvement d'oscillation vers la droite et vers la gauche, suivant que c'est le pied droit ou le pied gauche qui forme seul le polygone d'appui. Le même effet se reproduit très-sensible dans le trot du cheval qui bat l'amble, c'est-à-dire qui avance ensemble les deux pieds du même côté, tandis qu'il n'existe pas dans le trot ordinaire. — Il est inutile d'insister davantage; les exemples de considérations analogues se rencontrent à chaque instant autour de nous; il suffit qu'on y veuille arrêter l'attention.


Fig. 44.

46. **Pressions sur les points d'appui.** — Quand un corps repose sur un plan horizontal par un certain nombre de points, en ces différents points s'exercent des résistances dirigées de bas en haut, et dont la somme est égale et directement opposée au poids du corps : on peut donc imaginer ce poids partagé en plusieurs parties représentant ces diverses résistances, et c'est dans

ce sens qu'on dit que le poids se répartit entre les divers appuis.

S'il n'y en a que trois, la répartition se fait forcément suivant la loi de la composition des forces parallèles. Soit, par exemple, le trépied représenté dans la figure; le centre de gravité est en G, ce qui, soit dit en passant, est un exemple de ce fait très-fréquent, que le centre de gravité ne coïncide avec aucun des points matériels du corps : cela n'empêchera pas de considérer le poids comme s'exerçant en G, ou même en O, où sa verticale rencontre le plan d'appui, en imaginant ces points reliés invariablement au reste du corps. Alors le poids appliqué en O peut se décomposer en deux, l'un en A et l'autre en D, tous deux complétement déterminés et obtenus en partageant le poids total proportionnellement aux longueurs AO et OD; puis le poids appliqué en D pourra de même être remplacé par deux autres en B et en C : le poids total pourrait donc être remplacé au point de vue des pressions qu'il exerce sur le plan horizontal par trois poids déterminés et connus, appliqués en A, B et C : ce sont les pressions sur les points d'appui.

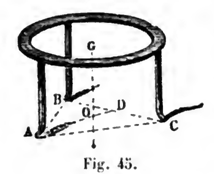


Fig. 45.

47. Mais si le corps repose par plus de trois points, les pressions exercées sur chacun d'eux ne peuvent plus être déterminées par une simple décomposition : il est facile de voir que la décomposition d'un poids en plusieurs autres appliqués à des points donnés, peut alors être opérée d'une infinité de manières. Mais cette indétermination, visiblement absurde en elle-même, n'existe pas en réalité. Il n'y a ni table ni plancher qui soit absolument rigide; chaque point d'appui cède plus ou moins sous la pression qu'il supporte, et la pression supportée par l'un quelconque d'entre eux, dépend du degré d'élasticité de tous les autres. Qu'on imagine, par exemple, une table supportée par des pieds dont trois reposent sur un terrain solide, tandis que le plancher cède facilement sous les autres, il est clair que les trois premiers supporteront presque tout le poids. Ainsi, la distribution des pressions dépend du degré de résistance des différents appuis, et il est impossible d'en rien dire de général, si ce n'est que la somme totale des pressions équivaut au poids du corps, lorsqu'il y a équilibre.

56. **Équilibre stable ou instable.** — Un corps est en équilibre, lorsque les forces qui agissent sur lui se détruisent mutuellement, et il peut alors être en repos s'il n'y a point de vitesse acquise. Mais cet état d'équilibre peut être *stable* ou *instable;* il sera stable si, en le supposant quelque peu dérangé, l'action des forces tend à le rétablir; tandis qu'il sera instable dans le cas contraire. Par exemple, supposons qu'on ait accroché à un clou une équerre triangulaire; il est facile de voir qu'on peut la placer en équilibre dans deux positions différentes, le centre de gravité se trouvant situé plus bas ou plus haut que le point de suspension : mais dans le premier cas on aura un équilibre stable, parce que si on dérange l'équerre de sa position, l'action de la pesanteur l'y ramènera; et dans le second l'équilibre sera instable ; pour peu qu'on porte à droite ou à gauche le centre de gravité, le poids du corps le fera tout à fait basculer.

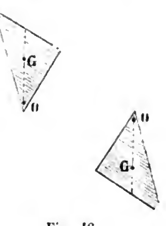


Fig. 46.

Il faut observer que dans le langage ordinaire, c'est le plus souvent l'équilibre instable qu'on veut désigner quand on parle d'équilibre. Mais il ne présente guère, d'ailleurs, que peu d'importance au point de vue pratique, et les conditions de son existence n'auraient qu'un intérêt de curiosité.

57. **Conditions de stabilité.** — Il n'en est pas de même de celles qui déterminent le degré de stabilité d'un état d'équilibre ordinaire. Un équilibre stable peut être plus ou moins stable, et ceci peut être de grande conséquence : reprenons à ce point de vue l'examen du cas dont nous parlions plus haut.

Nous avons dit que, pour l'équilibre d'un corps pesant placé sur un plan horizontal, il fallait que la verticale du centre de gravité tombât à l'intérieur du polygone d'appui. Mais on voit immédiatement que, si ce polygone était très-petit, ou si cette verticale tombait en un point très-voisin de l'un de ses côtés, il suffirait d'un léger ébranlement pour l'en faire sortir et déterminer le renversement du corps ; l'équilibre peut donc être plus ou moins stable, et il est facile de voir de quoi dépend ce degré de stabilité. Considérons un parallélipipède rectangle posé sur un plan horizontal ; la verticale du centre de gravité G tombe au point O,

centre de la base. Pour renverser ce corps en avant en le faisant tourner autour de l'arête AB, il faudrait, d'après ce que nous avons dit du levier, une force dont le moment par rapport à cette arête, surpassât le moment du poids ; si on appelle P ce poids et p la distance OD du point O à l'arête AB, il faudrait que la force tendant à renverser, eût un moment plus considérable que Pp. Cette quantité Pp mesure donc en quelque sorte la difficulté d'opérer le renversement autour de AB; on lui donne le nom de *moment de stabilité*. On voit que la stabilité augmentera avec le poids, la forme restant la même; mais elle augmentera aussi avec la distance p, et c'est pour cela qu'on l'augmenterait au moyen de soutiens placés obliquement, qui éloigneraient en quelque sorte du point O l'arête de renversement AB. C'est ainsi qu'on étaye un mur ébranlé ; c'est ainsi qu'un mur en talus a plus de stabilité qu'un mur droit, et qu'on a toujours soin de donner de la pente aux matériaux d'une tour élevée ou d'une cheminée d'usine.

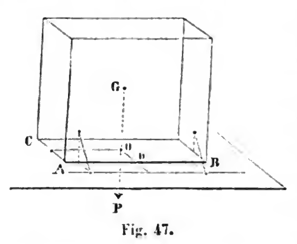


Fig. 47.

58. On voit en même temps que pour opérer le renversement d'un objet, un même effort aura une efficacité plus ou moins grande, suivant la distance à laquelle il sera appliqué de l'arête de renversement : c'est le moment par rapport à cette arête qui doit servir à estimer cette efficacité, et ce moment dépend à la fois de la grandeur de la force et de sa position.

On peut remarquer aussi qu'un même corps a en général des stabilités très-différentes dans les différentes directions : le moment de stabilité Pp change avec l'arête que l'on considère, parce que la distance p change; ainsi pour le parallélipipède aplati figuré plus haut, il est visible qu'il est beaucoup facile de le renverser en avant dans le sens de son épaisseur que de côté dans le sens de sa largeur.

Enfin, la hauteur à laquelle se trouve le centre de gravité, exerce une influence très-grande toutes les fois que l'équilibre doit résister à des mouvements ou ébranlements. Considérons par exemple une voiture à quatre roues chargée ; la verticale du

centre de gravité tombe entre les points d'appui des roues, et il y a équilibre stable. Mais si la voiture se met en mouvement, les inégalités du chemin ou son inclinaison transversale auront pour effet de déplacer latéralement le centre de gravité. Ce point G, à chaque ébranlement, décrit un arc GB dont le centre est en A sur l'arête de renversement c'est-à-dire la ligne d'appui des deux roues situées du côté où penche la voiture, et dont le rayon est peu différent de la hauteur de G au-dessus du sol. Pour une même inclinaison le déplacement latéral sera d'autant plus marqué que ce rayon sera plus grand : on voit ainsi que le moment de stabilité éprouvera pendant la marche des variations d'autant plus grandes, que la charge sera plus élevée; et il y aura par là même d'autant plus de chances de renversement. On voit même que si la marche est rapide, les chocs contre les inégalités du terrain seront plus forts, les ébranlements latéraux plus violents; une voiture pourra verser à une vive allure, là où elle aurait passé sans accidents si le conducteur avait ralenti sa marche.



Fig. 48.

59. **Équilibre et stabilité des corps flottants.** — Les corps plongés dans l'eau donnent lieu à des considérations analogues. Lorsqu'un corps est plongé, complétement ou en partie, dans un liquide, chacun des points de sa surface en contact avec le liquide éprouve de sa part une pression ou *poussée ;* et comme cette poussée est d'autant plus forte que le point considéré est plus profondément situé au-dessous du niveau, l'effet total de toutes ces pressions, plus fortes à la partie inférieure qu'à la partie supérieure du corps, sera d'agir de bas en haut pour tendre à le faire sortir de l'eau. *La poussée totale est une force précisément égale en sens contraire au poids du liquide déplacé :* tel est l'énoncé du *principe d'Archimède* expliqué et vérifié dans les cours de physique.

Ainsi, l'action du liquide entourant un corps se résume en une force égale au poids du liquide déplacé et appliquée au point qui

serait le centre de gravité de ce liquide*. Ceci bien entendu, on voit qu'un corps plongé dans un liquide est simplement un corps soumis à l'action de deux forces verticales, son poids et la poussée du liquide, l'un appliqué au centre de gravité du corps, l'autre appliquée au centre de gravité du liquide déplacé (c'est-à-dire au point du corps situé là où serait ce centre de gravité).

60. Pour que ces deux forces, qui ne sont pas appliquées au même point, puissent se détruire, il faut d'abord qu'elles soient égales; et c'est pour cela que nous voyons tomber au fond un corps pesant plus qu'un égal volume d'eau, tandis qu'un corps pesant moins et complétement submergé, remonte vers la surface. Mais leur égalité ne suffit pas; il faut encore qu'elles soient directement opposées. Supposons, par exemple, un morceau de liége pesant 1 kilogramme; on l'enfonce dans l'eau de manière à ce que la partie immergée ait un volume de 1 litre, on déplace 1 litre d'eau. La poussée est alors une force de 1 kilogramme appliquée en G′, au centre de gravité de la partie du corps située au-dessous du niveau, tandis que le poids est une force de 1 kilogramme appliquée en G au centre de gravité du corps tout entier. Il est visible que l'effet de ces deux forces sera de faire basculer le corps. Pour qu'il y ait équilibre, il est donc nécessaire que les deux points G et G′, c'est-à-dire le centre de gravité du corps entier et le centre de gravité de l'eau déplacée soient sur une même verticale. — Il faut faire attention à cette dernière désignation du point G′ : il ne faut pas le confondre avec le centre de gravité de la portion immergée du corps. Il est vrai que, si le corps est homogène, ce sera

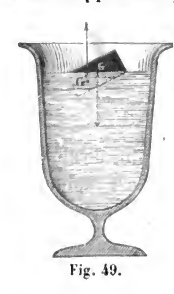


Fig. 49.

* Il faut remarquer que la composition des forces parallèles suppose essentiellement que le corps auquel elles sont appliquées soit solide; la notion du *centre de gravité* ne s'applique qu'aux corps solides; et, quand on parle du centre de gravité d'une masse liquide, il faut imaginer qu'elle soit congelée ou solidifiée, afin que les poids de ses différentes particules puissent être composés en un poids unique. Au reste, il y aurait quelque chose d'analogue à dire au sujet du corps humain, dont plus haut nous considérions l'équilibre : ce n'est point un corps solide, et quand on parle de son centre de gravité, il faut entendre qu'il s'agit de son centre de gravité dans l'attitude où il est actuellement et en supposant qu'il devienne immobile et rigide dans cette attitude.

la même chose; mais en général il en sera autrement : par exemple, si le corps est un cylindre lesté à sa partie inférieure, le point G′ est le centre de gravité d'un corps homogène qui occuperait tout le volume de la partie immergée ; mais ce n'est pas le centre de gravité de cette partie telle qu'elle est constituée; il est bien au-dessus. On voit aussi que pour différentes positions du corps, ce point G′ occupe dans son intérieur des places différentes, puisque le volume de l'eau déplacée change de grandeur et de forme.

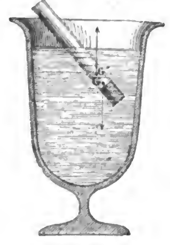
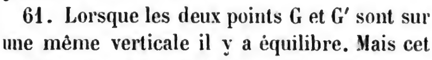


Fig. 50.



61. Lorsque les deux points G et G′ sont sur une même verticale il y a équilibre. Mais cet équilibre peut être stable ou instable : pour qu'il soit stable il faut que, si on vient à lui faire subir un dérangement, les deux forces en action tendent à le rétablir : dans le cas contraire, l'équilibre sera instable. Par exemple, si on suppose le cylindre lesté figuré plus haut, enfoncé verticalement dans l'eau de manière à ce que la poussée soit équivalente à son poids, il y aura un équilibre stable ; car après un dérangement le poids et la poussée tendent, comme le montre la figure, à ramener le cylindre dans la position verticale. Si, au contraire, on retournait le cylindre, plaçant en haut la partie lestée, et qu'on l'enfonçât verticalement jusqu'à ce que la pression fût encore équivalente au poids, c'est-à-dire de manière à ce que le volume de la partie immergée redevînt le même, on atteindrait une position d'équilibre ; mais ce serait une position d'équilibre instable, parce que le plus petit dérangement, augmenté par l'action du poids et de la poussée, deviendrait un renversement complet.

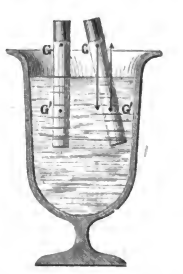


Fig. 51.

62. Lorsque le point G est, dans la position d'équilibre, au-dessous du point G′, comme il arrive pour un cylindre lesté (fig. 50), on peut être assuré que l'équilibre sera stable. Mais ce n'est nullement une condition nécessaire : par exemple, si on place sur l'eau un morceau de bois plat, l'équilibre sera

stable, et cependant le point G′, centre de gravité de la partie immergée, sera visiblement au-dessous du centre de gravité total.

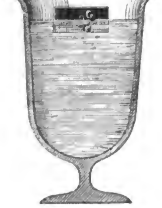


Fig. 52.

Il en est de même dans les bâtiments destinés à la navigation, qui présentent l'application la plus importante des conditions de stabilité des corps flottants. Le centre de gravité d'un vaisseau est toujours, dans la position d'équilibre, situé plus haut que le centre de gravité de l'eau déplacée, ou *centre de carène*, suivant l'expression adoptée. Si le bâtiment vient à s'incliner, ce centre de carène prend une nouvelle position, non-seulement dans l'espace, mais aussi dans le bâtiment, comme on le voit sur la figure; sa nouvelle position dépend de la forme, devenue entièrement différente, de la partie immergée. L'important pour la stabilité, c'est qu'on soit assuré que le centre de carène passera toujours du côté où penche le bâtiment, afin que la poussée tende à le relever.

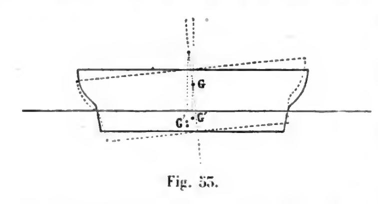


Fig. 53.

L'expérience a montré que cette condition est toujours suffisamment remplie pour tous les mouvements possibles, lorsque, après un petit dérangement effectué suivant la longueur du bâtiment en laissant immobile le centre de gravité G, la verticale du nouveau centre de carène G′ va rencontrer l'ancienne verticale du centre de gravité G au-dessus de ce point : dans la marine on exige au moins 1 mètre de distance entre ce point de rencontre et le centre de gravité. C'est là une règle simple, facilement réalisable dans la pratique, tandis qu'il ne l'est pas de placer le point G plus bas que le point G′ : et la stabilité n'a jamais fait défaut aux bâtiments pour lesquels elle avait été observée *.

* Cette règle a été établie par Bouguer (1698-1758), membre de l'Académie des sciences (*Traité de la construction des vaisseaux*, 1746); c'est un des premiers auteurs qui aient cherché à introduire dans la pratique de la navigation l'usage raisonné des principes de la mécanique.

Naturellement elle se réalise d'autant mieux et d'autant plus facilement, que le centre de gravité du bâtiment est situé plus bas : c'est pour cela qu'on place toujours dans un vaisseau les objets les plus lourds au fond de la cale, et au besoin on y met du lest, embarqué à cette seule fin.

Au reste, la question de la stabilité des bâtiments est une question très-complexe, et dont nous ne pouvons indiquer ici que la première notion. Il serait dangereux, évidemment, qu'un navire ne fût pas assez stable; mais il serait mauvais qu'il le fût trop; un grand malaise pour les passagers, des secousses pernicieuses pour la charpente et la mâture seraient les conséquences de mouvements de retour trop brusques vers la position d'équilibre. Il n'est donc pas aisé de donner à un vaisseau le degré de stabilité voulu : l'ingénieur doit nécessairement, pour y parvenir, s'aider de l'expérience et de l'observation, en même temps que de la théorie.

63. **Propriétés mécaniques du centre de gravité.** — Comme nous l'avons déjà dit précédemment, tous les corps pesants tombent avec la même vitesse quand ils sont soumis à la seule action de la pesanteur. Par conséquent, si on imagine un corps solide d'abord immobile, puis tombant sous l'influence de la pesanteur, toutes ses parties, bien que liées les unes aux autres puisque le corps est solide, se meuvent d'un mouvement commun absolument comme si elles étaient indépendantes. Le corps tombe donc sans tourner, tous ses points décrivant des lignes droites égales et parallèles; chaque ligne, comme chaque face, reste toujours parallèle à elle-même pendant la chute : c'est ce qu'on appelle un mouvement de *translation*. Dès lors, puisque l'origine du mouvement et sa cause unique est l'action de la pesanteur, c'est-à-dire l'action du poids appliqué au centre de gravité, on admettra sans peine que ce mouvement sera supprimé, et que le corps s'arrêtera si on détruit cette action de la pesanteur en fixant le centre de gravité. C'est, du reste, un fait qu'on peut vérifier assez facilement : qu'on suspende un corps par son centre de gravité au moyen d'un fil; puis, lorsqu'il est en repos, qu'on détermine sa chute en brûlant le fil de suspension, on verra ce corps prendre d'abord un mouvement de translation, et, s'il est retenu par un autre fil attaché comme le premier, mais plus long, on le verra s'arrêter brusque-

ment quand ce second fil sera tendu : s'il était suspendu par tout autre point que son centre de gravité il ne s'arrêterait qu'après un balancement plus ou moins marqué. L'expérience peut évidemment recevoir bien des formes différentes.

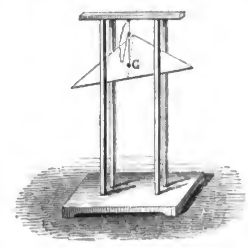


Fig. 54.

64. D'après cela, si on suppose un corps animé d'un mouvement de translation, tous ses points ayant une même vitesse, l'état actuel du corps sera absolument le même que si ce mouvement avait son origine dans l'action de la pesanteur. On peut donc dire d'une manière générale que, *pour arrêter complétement un corps animé d'un mouvement de translation et le faire passer brusquement du mouvement à l'immobilité, il faut arrêter son centre de gravité.* Et réciproquement, *pour faire prendre à un corps un mouvement de translation au moyen d'une seule force* (ou de plusieurs ayant une résultante), *il faut appliquer cette force au centre de gravité.*

Il est également facile de vérifier par l'expérience cette propriété du centre de gravité, ou centre de masse comme on l'a appelé quelquefois. On suspend un corps, dont on a préalablement déterminé le centre de gravité, par des liens d'une longueur assez grande pour qu'une oscillation d'une médiocre étendue puisse à très-peu près être considérée comme un mouvement horizontal : la suspension a simplement pour résultat de rendre le corps mobile tout en le soustrayant à l'action incessante de la pesanteur. Si on donne à ce corps une impulsion en un point quelconque, on le verra se déplacer en tournant sur lui-même; mais si on le frappe au centre de gravité, il prendra un mouvement de trans-

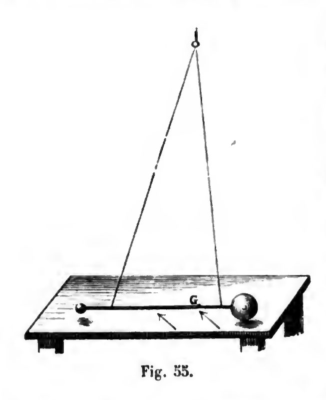


Fig. 55.

lation. Et de même si, après lui avoir donné un mouvement de translation, on dispose un obstacle fixe contre lequel il vienne buter, on le verra s'arrêter brusquement s'il le rencontre par son centre de gravité, tandis que si c'est par tout autre point, son mouvement sera seulement modifié.

65. Considérons maintenant un corps sollicité par des forces quelconques. Soit P l'une de ces forces appliquée au point A. On peut supposer existant en G, au centre de gravité, deux forces égales et parallèles à P, directement opposées l'une à l'autre (fig. 56) ; deux forces semblables se détruisant identiquement, il est clair que pareille hypothèse pourrait être faite pour un point quelconque et répétée autant de fois qu'on voudrait, sans que cela changeât rien à l'état des choses. Celle de ces forces, qui est de sens contraire à P, peut elle-même être remplacée par deux autres égales à $\frac{1}{2}$ P et agissant de part et d'autre de G, l'une dans la direction de la force P primitive et la réduisant à $\frac{1}{2}$ P, l'autre située de l'autre côté à égale distance. La seule force P agissant en A se trouve ainsi remplacée par une force identique agissant en G et un couple; l'ensemble des trois forces produira exactement le même effet (fig. 57). — Si on fait la même transformation pour toutes les forces appliquées, on voit qu'elles viendront se réunir parallèlement à elles-mêmes en G, et qu'il y aura de plus autant de couples provenant de chaque transformation.

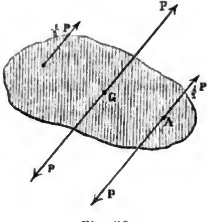


Fig. 56.

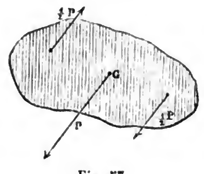


Fig. 57.

Toutes les forces agissant en G équivaudront à une certaine résultante, et cette résultante étant appliquée au centre de gravité produirait, comme il a été dit précédemment, un mouvement de translation si elle existait seule. Quant aux couples, qui se composent chacun de deux forces symétriquement placées par rapport au point G, on admettra sans difficulté que leur seul effet possible

sera de faire tourner le corps autour de ce point; c'est ce qui aurait lieu s'ils existaient seuls.

66. Remarquons maintenant qu'un corps se mouvant sous l'influence de forces se déplace et en même temps tourne sur lui-même. Pour en être assuré il suffit de constater que le mouvement de translation est un mouvement exceptionnel : en déplaçant un objet quelconque on reconnaitra bien vite qu'il faut une certaine attention pour conserver, dans tout le cours de ce déplacement, à chaque ligne et à chaque face sa direction primitive. Ainsi donc, un corps peut se déplacer sans tourner, et il pourrait aussi tourner autour de l'un de ses points restant fixe, sans se déplacer; mais en général les deux effets se produisent à la fois; il y a à la fois déplacement et rotation.

La transformation indiquée plus haut du système primitif des forces, a pour effet de séparer ce qui, dans ce système, tend à produire le déplacement général, et ce qui tend à produire une rotation sur place. Cette séparation a lieu en raison de cette propriété particulière au centre de gravité, qu'une force appliquée en ce point imprime seulement un mouvement de translation, ainsi qu'il a été expliqué précédemment : la transformation en elle-même pourrait être opérée sur tout autre point; mais elle n'aurait plus la même efficacité. On peut donc dire que *le mouvement général de déplacement d'un corps résulte de l'application en son centre de gravité de toutes les forces agissant sur lui, transportées parallèlement à elles-mêmes en ce point*.

En même temps on conçoit que, au centre de gravité, le mouvement de rotation ne se fait pas sentir, puisqu'il en est le centre, et que cette rotation le laisserait immobile si elle se produisait seule. On peut donc dire que le centre de gravité se meut comme s'il était indépendant du reste du corps, et que toutes les forces lui fussent appliquées. Si alors, pour réduire en quelque sorte le corps à ce seul point dont le mouvement est plus simple, on y condense par la pensée toute la matière du corps, comme on y a réuni toutes les forces, on dit que *le centre de gravité d'un corps se meut comme si toute la matière du corps y était concentrée, et toutes les forces transportées parallèlement à elles-mêmes*.

67. Ce théorème très-important peut être démontré par l'expérience. Reprenons l'appareil fort simple qui nous a servi plus

haut (fig. 55), consistant en somme en un corps mobile horizontalement. Si on lui donne une impulsion horizontale dans une certaine direction, on verra le centre de gravité se mouvoir dans cette même direction ; et si on agit ainsi successivement en divers points du corps, sans changer la direction de l'impulsion donnée, on verra le mouvement général du corps changer ; mais celui du centre de gravité sera toujours le même ; et si on frappe au centre de gravité même, il n'y aura plus de rotation, ainsi que nous l'avons déjà dit précédemment.

Si on produit à la fois deux impulsions égales, parallèles et de sens contraire, on verra le centre de gravité rester immobile ; il n'y aura plus qu'une rotation autour de lui : la transformation précédente ne fournirait plus, en effet, que des couples, et les forces transportées au même point se détruiraient.

68. Le théorème a une généralité plus grande que ne le comporte l'explication qui précède, et qui doit suffire seulement à en bien préciser le sens. Cette explication suppose qu'il s'agit d'un corps solide, et il en est de même de la vérification expérimentale indiquée : mais en fait le théorème s'applique aussi bien à un corps flexible qu'à un corps solide ; il convient à un système quelconque de corps ; seulement il faut remarquer que si la disposition des différentes parties du système vient à changer, le centre de gravité changera de place* ; ce ne sera plus un point déterminé du système, comme dans un corps solide, mais néanmoins il aura à chaque instant une certaine position, et le mouvement de ce centre de gravité est le même que si toute la masse du système y était concentrée, et toutes les forces appliquées.

69. De ce théorème il résulte que le déplacement du centre de gravité ne dépend en aucune façon des actions que peuvent exercer les unes sur les autres les différentes parties du système : car chaque action sera accompagnée d'une réaction égale et contraire, et lorsqu'on transportera parallèlement à elles-même ces deux forces au centre de gravité, elles se détruiront identiquement. Ainsi, le centre de gravité ne se déplacera que sous l'influence de forces extérieures ; tant qu'il ne se produira que des changements de position des différentes parties du système les unes par rapport aux

* Voir la note page 52.

autres, tant que ces différentes parties ne feront que se pousser ou se choquer les unes les autres sans recevoir d'action extérieure, le centre de gravité restera exactement au même point de l'espace : le système pourra bien tourner autour de ce point fixe, mais il n'éprouvera pas de véritable déplacement. C'est ainsi qu'un homme placé sur une couche de glace parfaitement unie, où ses pieds ne trouveraient aucune prise, ne pourrait avancer; il se tournerait et déplacerait ses membres dans tous les sens sans aucun profit; quelque mouvement qu'il fît, son centre de gravité occuperait toujours la même position. Dans l'état ordinaire des choses, où il existe entre le sol et le pied une certaine adhérence ou frottement, l'homme exerce avec ses pieds une action horizontale qui tendrait à pousser en arrière la portion du sol sur laquelle il s'appuie ; et dès lors il en résulte une réaction du sol sur le pied, laquelle est dirigée d'arrière en avant : c'est là la force extérieure qui détermine le mouvement en avant du centre de gravité, c'est-à-dire le déplacement du corps.

70. De même dans le sens vertical, lorsque l'homme est immobile, quelle que soit d'ailleurs son attitude, la résistance du sol est une force extérieure dirigée de bas en haut, qui transportée au centre de gravité y neutralise l'action de la pesanteur ; elle est donc égale au poids, et il en est ainsi tant que le centre de gravité ne s'abaisse ni ne s'élève. Mais que l'homme, d'abord debout, se baisse ; le centre de gravité s'abaissera, et comme il est soumis seulement à l'action de deux forces, le poids qui tend à l'abaisser et la résistance du sol en sens contraire, il faut conclure de cet abaissement que le poids est pendant ce mouvement plus grand que la résistance du sol. Et comme cette résistance n'est elle-même que la réaction correspondant à la pression exercée sur le sol, on voit que cette pression égale au poids de l'homme dans l'immobilité, est moindre que le poids pendant que le corps s'abaisse. C'est ainsi que l'homme ou les animaux par un mouvement instinctif fléchissent le corps en appuyant sur le sol un pied blessé ; l'effort à exercer s'en trouve diminué. C'est pour la même raison qu'il est recommandé de fléchir en sautant, afin que la résistance du sol, qui doit arrêter le mouvement, n'ait point immédiatement toute sa valeur, mais croisse graduellement jusqu'à devenir égale au poids. Les marches d'un escalier ne supportent point la même

pression, suivant qu'on monte ou qu'on descend. Ce sont là autant de faits qu'il est bien facile de vérifier directement : qu'un homme placé debout sur le plateau d'une bascule soit équilibré par des poids ; s'il se baisse les poids l'emporteront et l'équilibre sera rompu pendant toute la durée du mouvement, pour se rétablir en même temps que sera rétablie l'immobilité. Si alors l'homme se relève, l'équilibre sera rompu de nouveau, mais en sens inverse, pour se rétablir de la même façon lorsque le mouvement aura cessé.

On peut vérifier encore ceci par une expérience directe. Sur le plateau d'une balance on place une éprouvette à pied remplie d'eau ; à la partie supérieure une boule de cuivre, d'un diamètre peu différent de celui de l'éprouvette, est retenue par un fil extérieur AB ; le tout est équilibré. Si on vient à brûler le fil, la boule tombera d'un mouvement qui, gêné par la résistance de l'eau, ne sera pas extrêmement rapide. Pendant toute la durée de sa chute on verra un déplacement bien marqué de l'aiguille vers l'autre plateau, indiquant que la pression exercée par l'éprouvette a été pendant ce temps, où le centre de gravité total s'abaissait, moindre que celle des poids placés de l'autre côté.

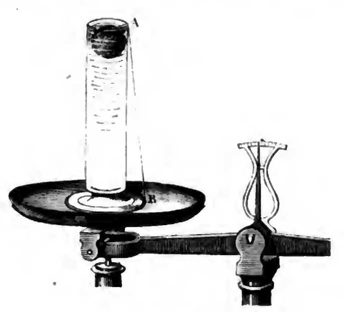


Fig. 58.

71. Le même théorème explique l'existence du recul des armes à feu. Négligeons, pour simplifier, le poids de la charge ; le système se composera de deux corps seulement, le canon et le projectile ; et il n'y a d'autres forces en jeu que les deux pressions exercées par les gaz de la poudre sur le canon et sur le projectile, forces égales entre elles, et directement opposées, l'élasticité des gaz agissant comme ferait un ressort interposé entre les deux corps. De là résulte que le centre de gravité de ces deux corps doit rester immobile : soit G ce centre de gravité, g et g'

étant ceux de l'arme et du projectile, les distances Gg et Gg', sont entre elles dans le même rapport que les poids. Si donc le point g' s'éloigne d'un côté dans le mouvement du projectile, le point g devra s'écarter proportionnellement de l'autre; dans l'hypothèse où nous nous sommes placés, c'est-à-dire en regardant comme négligeable le poids de la poudre, on voit que le recul devrait être proportionnel à la portée de l'arme; en réalité il n'en est pas ainsi, et le recul est un peu plus grand.

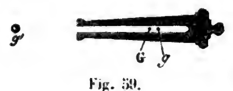


Fig. 59.

CHAPITRE IV

MOUVEMENT DE ROTATION AUTOUR D'UN AXE

72. Lorsque deux points d'un corps solide sont maintenus fixes, tous ceux qui appartiennent à la ligne droite qui les joint sont également fixes, et le corps ne peut que tourner autour de cette droite ou *axe*. Chaque point décrit alors un cercle dont le rayon est la distance à l'axe, et dont le centre est le pied de cette distance perpendiculaire. Si le corps passe d'une position à une autre, la perpendiculaire abaissée d'un point tourne d'un certain angle, et cet angle est le même, quel que soit le point considéré; c'est l'angle dont le corps a tourné.

On dit qu'un mouvement de rotation est uniforme, lorsque dans des intervalles de temps égaux quelconques le corps tourne d'angles égaux. La rapidité du mouvement s'estime alors par le nombre de tours ou de fractions de tours qu'il fait dans l'unité de temps; ainsi, on fera connaître ce qu'on appelle la vitesse *angulaire* du mouvement de rotation uniforme d'une roue, en disant par exemple qu'elle fait 30 tours par minute, ou $\frac{1}{2}$ tour par seconde.

Chaque point a alors un mouvement uniforme, dont la vitesse est bien facile à trouver quand on connaît sa distance à l'axe. Soit r cette distance à l'axe, c'est-à-dire le rayon du cercle décrit, et soit n le nombre de tours par seconde : $2\pi rn$ sera l'espace parcouru en une seconde, c'est-à-dire la vitesse du point. On voit qu'elle varie proportionnellement à la distance à l'axe.

73. **Nécessité d'une force tendant vers l'axe.** — Supposons un corps décrivant un cercle autour d'un centre S; quand il est dans la position T, sa vitesse est dirigée suivant la direction de la tangente TA, et, en vertu du principe général de l'inertie, il se mouvrait en ligne droite, suivant cette tangente, si l'action d'une force ne l'obligeait de continuer à décrire la circonférence, en l'empêchant de s'écarter du centre.

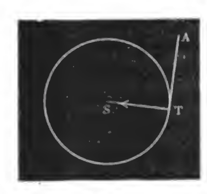


Fig. 60.

On voit donc que l'action continue d'une force *centripète*, c'est-à-dire tendant vers le centre, est une condition nécessaire du mouvement de rotation, qui ne pourrait exister sans elle. C'est, du reste, ce que démontre l'expérience la plus simple : il suffit de faire tourner une balle ou une pierre attachée à une corde retenue dans la main, pour sentir qu'il est nécessaire d'exercer un effort constant pour retenir cet objet, qui tend sans cesse, par son inertie, à s'écarter au loin; que cet effort cesse un seul instant, et il s'échappera.

74. Si on fait tourner autour de son milieu une tige horizontale

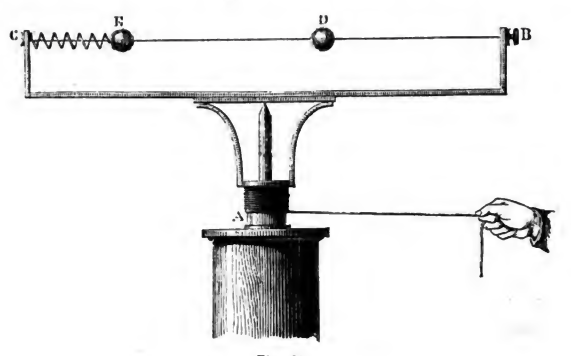


Fig. 61.

sur laquelle est enfilée une bille D, on la verra s'écarter du centre de rotation pour s'arrêter seulement à l'extrémité. Il n'y a pas lieu de se demander quelle est la force qui, appliquée à cette

bille, la fait mouvoir le long de la tige; elle s'écarte simplement parce qu'elle est inerte, et qu'elle obéit à l'impulsion transversale que lui imprime la tige; ce sera seulement si on la voit cesser de glisser et décrire un cercle, qu'il faudra se demander ce qui la retient. Que, par exemple, on place sur la tige, et vers son extrémité, un ressort contre lequel la bille puisse venir s'appuyer, le fléchissement du ressort mettra en évidence la force centripète qu'il est nécessaire de développer pour l'empêcher de continuer à s'écarter; on pourra même remarquer que ce fléchissement, et par conséquent la pression que le ressort exerce sur la bille, augmentent avec la rapidité du mouvement de rotation, et aussi avec la longueur de la tige.

75. Si, sur le même appareil, on place un autre cadre portant deux tubes en verre, inclinés, renfermant, l'un une bille E, l'autre

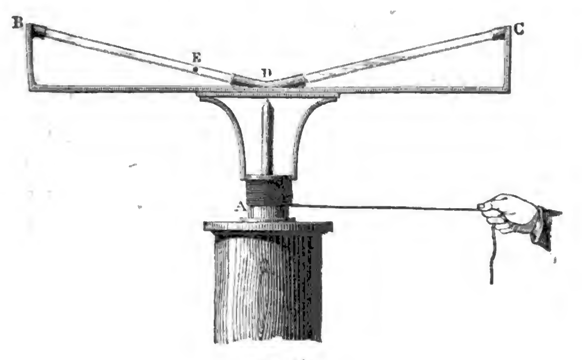


Fig. 62.

une certaine quantité d'eau, on verra, malgré l'inclinaison des tubes, la bille et l'eau monter jusqu'à la partie supérieure des deux tubes quand le mouvement de rotation sera devenu suffisamment rapide. Pour nous rendre compte de ce qui se passe, considérons la bille dans une position quelconque E : pour qu'elle restât en E et décrivît un cercle, il faudrait que les forces agissant sur elle équivalussent à une certaine force centripète dont la valeur dépend de la distance du point E à l'axe. Soit Em la ligne perpendiculaire à l'axe représentant cette force centripète néces-

saire. Les forces agissant sur la bille sont, d'abord son poids, représenté par E*p*, et ensuite la résistance du tube, laquelle est perpendiculaire à sa direction; il faut que leur résultante soit horizontale et égale à E*m*. Dans le parallélogramme on connaît l'un des côtés E*p*, la direction de l'autre et celle de la diagonale, on peut donc le construire : si on abaisse du point *p* une perpendiculaire sur la direction du tube, et qu'on la prolonge jusqu'à l'horizontale du point E en *r*, E*r* représente la résultante. Pour l'équilibre, il faut que E*r* soit égal à E*m*, ou que les deux points *r* et *m* coïncident. Si E*r*, la force réellement agissante, est plus petite que E*m*, la force nécessaire, la bille glissera le long du tube en montant, ainsi qu'on le voit arriver.

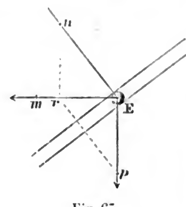
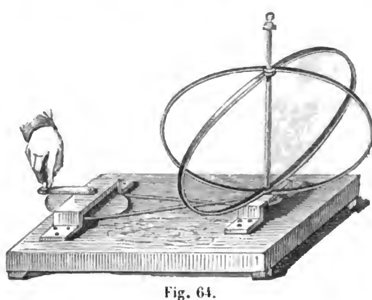


Fig. 63.

76. Supposons encore qu'on fasse tourner sur elle-même une tige verticale, faisant corps à sa partie inférieure avec une lame élastique courbée en cercle et la traversant librement au point diamétralement opposé : on verra le ressort, ayant d'abord la forme circulaire, s'aplatir de plus en plus, à mesure que la vitesse angulaire augmentera. La raison en est toujours la même : considérons une petite portion du ressort; sa liaison avec le reste de la lame produit exactement le même effet que si elle était retenue vers l'axe par un lien élastique susceptible de s'allonger dans une certaine limite, en développant une force centripète de plus en plus grande. Sous l'influence du mouvement de rotation, cette petite portion du cercle tend, par son inertie, à s'écarter de l'axe; elle s'écarte donc jusqu'à ce que la résistance développée par le reste du ressort fournisse une force centripète capable de lui permettre un mouvement circulaire. Le même effet se produi-


Fig. 64.

sant sur tous les points de la lame, on conçoit comment il se fait qu'elle prenne une forme aplatie.

77. **Réaction centrifuge.** — Comme il n'y a pas d'action qui ne soit accompagnée d'une réaction, il est évident que la force centripète exercée sur le corps qui tourne, pour l'empêcher de s'écarter de l'axe, est accompagnée d'une réaction égale et contraire, exercée par ce corps sur les obstacles ou liens par l'intermédiaire desquels agit cette force; on désigne cette réaction sous le nom assez impropre, mais consacré par l'usage, de *force centrifuge.* La force centrifuge n'est jamais appliquée au corps qui tourne, mais bien à ceux qui sont employés à le maintenir; si ces liens viennent à être supprimés, elle cesse par là même d'exister.

Dans la première expérience indiquée plus haut, la force centrifuge n'existe qu'à partir du moment où la bille, arrêtée par le ressort, décrit un cercle; elle est alors la pression exercée par elle contre le ressort, puisque la force centripète est la pression du ressort contre elle. Mais la force centrifuge n'est pour rien dans le mouvement que la bille prend d'abord le long de la tige; tant que ce mouvement existe, il n'y a pas de force centrifuge; elle doit être seulement la réaction d'une force qui n'existe pas encore.

Dans la seconde expérience, il n'y a pas de force centrifuge en jeu. Le seul corps matériel qui influe sur le mouvement de la bille, et contre lequel, par conséquent, il puisse y avoir une réaction, est le tube. Sa résistance est une force perpendiculaire à sa direction et appliquée à la bille, et la réaction exercée sur lui est donc aussi perpendiculaire au tube; elle n'est pas égale et opposée à la force centripète, elle n'en dépend même pas, mais seulement de l'inclinaison du tube.

Enfin, dans la troisième expérience, la force centrifuge d'une portion du ressort est à chaque instant appliquée aux portions voisines, qui relient la première à l'axe et l'empêchent de s'écarter comme elle le ferait naturellement, en vertu de sa vitesse acquise.

78. **Évaluation de la force centripète.** — Dans ce qui précède nous avons déjà indiqué que la force centripète nécessaire au mouvement circulaire d'un corps augmentait avec le rayon du

cercle décrit, et aussi avec la vitesse angulaire, ou, autrement, avec le nombre de tours faits dans un temps donné. Cherchons à savoir suivant quelle loi se fait l'augmentation.

Reprenons l'appareil (fig. 64) et supposons que la boule soit liée au centre du mouvement par un cordon; il s'agit de savoir comment varie, avec les circonstances, la tension exercée par ce cordon.

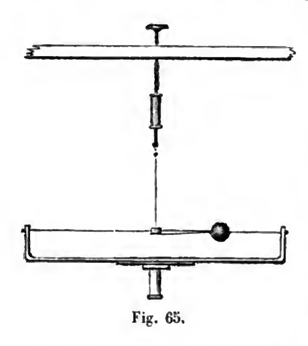


Fig. 65.

Pour cela, nous placerons au milieu de la tige une petite pièce percée d'un œillet, à travers lequel passera le cordon retenant la boule; ce cordon ira s'attacher à un dynamomètre à ressort suspendu à une traverse. Ce dynamomètre est directement supporté par une vis qui permet de le faire monter ou descendre, en rendant par là plus court ou plus long le rayon du cercle décrit par le centre de la boule. Un repère ou marque est placé sur la partie verticale du fil; quand on l'a ramené, au moyen de la vis, à la hauteur d'un repère fixe, on est assuré que le rayon est bien redevenu le même. D'autres marques, placées de même sur le prolongement du fil, permettent, en les amenant successivement à la hauteur du repère fixe, de rendre ce rayon double ou triple de ce qu'il était d'abord.

Après avoir amené le repère à hauteur, donnons à l'appareil qui supporte la tige un mouvement de rotation régulier; le cordon se tendra, et bientôt le ressort, après avoir fléchi, exercera sur lui une tension centripète capable d'empêcher la boule de s'écarter davantage et qui lui fera par conséquent décrire un cercle; après avoir rétabli le rayon, un peu agrandi par le fléchissement du dynamomètre, on observera la valeur de la force centripète. Si on recommence la même observation exactement de la même manière, mais avec une vitesse de rotation deux fois, trois fois plus grande, on trouvera que la force centripète est quatre fois plus grande lorsque la vitesse angulaire est double, neuf fois plus grande lorsque la vitesse angulaire est triple. La force cen-

tripète nécessaire à un mouvement de rotation circulaire est donc, pour un même rayon, *proportionnelle au carré du nombre de tours* faits dans l'unité de temps.

Si maintenant on fait varier la longueur du rayon du cercle décrit sans faire varier la vitesse angulaire, on reconnaîtra de même que cette force doit être double ou triple quand le rayon devient double ou triple. La force centripète est donc, toutes choses égales d'ailleurs, *proportionnelle au rayon* du cercle.

79. Par des considérations qui exigeraient des développements mathématiques que nous ne pourrions rendre ici suffisamment clairs, on démontre que la force centripète nécessaire à un mouvement de rotation uniforme est exprimée par la formule

$$\frac{4\pi^2}{g} n^2rp \text{ kilogrammes,} \quad \text{ou} \quad 4{,}026\, n^2rp \text{ kilogrammes,}$$

dans laquelle p désigne le poids du corps en kilogrammes, r le rayon du cercle en mètres, n le nombre de tours faits par seconde. On pourrait écrire aussi $0{,}001118N^2rp$, N étant le nombre de tours par minute; c'est la même formule, où on a remplacé n par $\frac{N}{60}$.

Remarquons d'abord que cette formule comprend les deux lois énoncées plus haut. Si n seul varie et devient double ou triple, le nombre de kilogrammes fourni par la formule devient bien quatre fois ou neuf fois plus grand. Si r seul devient double ou triple, ce nombre devient aussi double ou triple.

80. Cette formule est directement applicable à une sphère, en appelant r la distance de son centre à l'axe, ou approximativement à un corps dont les dimensions sont très-petites par rapport au rayon du cercle qu'il décrit. Si, par exemple, dans l'expérience que nous décrivions tout à l'heure, on suppose que le rayon du cercle décrit est $0^m{,}1$, que la boule pèse 100 grammes, et qu'elle fait 2 tours par seconde, l'effort exercé par le ressort du dynamomètre doit être $4{,}026.4.0{,}1.0{,}1$ kilogramme, ou $0^k{,}16104$.

Comme autre exemple, considérons le mouvement de la Lune autour de la Terre; il est sensiblement circulaire, et le rayon vaut 60 fois le rayon terrestre, ou $60.\frac{40000000}{2\pi}$ mètres. La durée de la révolution est 27,342 jours, ou 2360640 secondes, ce qui

fait que la fraction de tour faite en 1 seconde est $\frac{1}{2360640}$. Enfin, le poids de la Lune est à peu près la 81[e] partie de celui de la Terre, dont la densité moyenne est 5,48; ce qui fournit pour la Lune un poids équivalent à environ 67 millions de milliards de tonnes. On peut donc dire que la force centripète qui retient la Lune dans son orbite, c'est-à-dire l'attraction exercée sur elle par la Terre, est

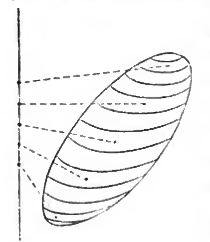
$$4,026 . \frac{1}{2360640^2} . \frac{60.40000000}{2\pi} . 67 \text{ millions de milliards de tonnes.}$$

En effectuant les calculs, on trouve que cette attraction équivaut à peu près à

18400 milliards de tonnes.

Nous avons cité le mouvement de la Lune autour de la Terre comme exemple d'un mouvement circulaire dans lequel le corps tournant n'est rattaché à l'axe par aucun lien matériel. Dans ce cas, la force centrifuge n'en existe pas moins; l'attraction agit comme ferait un lien élastique joignant la Lune à la Terre, et la force centrifuge est appliquée à la Terre, qui est le centre du mouvement.

81. Lorsque les dimensions du corps sont trop grandes par rapport à sa distance à l'axe pour qu'on puisse le regarder comme concentré en un seul point, il faut imaginer qu'il soit décomposé en tranches très-minces, perpendiculaires à l'axe. Les forces centripètes des différentes parties d'une même tranche sont des forces concourantes, et il est facile de se démontrer que leur résultante, ou la force centripète nécessaire à cette tranche, doit être appliquée en son centre de gravité, et qu'elle a la même valeur que si toute la masse y était concentrée. Chaque tranche exigerait ainsi une certaine force, et toutes ces forces, perpendiculaires à l'axe, ne sont point, en général, parallèles entre elles; il n'y a plus de règle de composition qui leur soit applicable, et il pourra très-bien se faire qu'elles n'aient point de résultante unique : c'est ce qui arrive en effet ordinairement.


Fig. 66.

Ce genre de considérations a des applications fréquentes. Quand un corps doit tourner autour d'un axe, il faut que les liens qui l'y rattacheront soient suffisamment solides pour pouvoir exercer sur lui les forces centripètes nécessaires. Ce qui précède peut faire comprendre comment on arrive à trouver quels efforts ces liens doivent exercer; en général, ces efforts ne se réduisent pas à une seule force; un seul lien ne suffirait donc pas. Mais il faut aussi que l'axe lui-même soit maintenu assez solidement pour ne pas être déplacé par les réactions centrifuges qui s'exercent sur lui en conséquence des actions centripètes, et on voit qu'une seule force ne saurait en général neutraliser ces réactions et maintenir l'axe immobile; aussi maintient-on toujours les arbres tournants, au moins par deux anneaux ou collets. L'évaluation des efforts centripètes ou celle des réactions centrifuges revient d'ailleurs exactement au même.

82. Cette évaluation est, comme on le voit, assez difficile à obtenir, en raison de ce que ces forces n'ont point en général de résultante unique. Mais il y a un cas, lequel se présente, du reste, le plus fréquemment, et dans lequel cette difficulté disparaît; le calcul devient alors fort simple. C'est celui où le corps tournant a la forme d'un solide de révolution, placé parallèlement à l'axe de rotation. Chaque tranche est alors circulaire, et tous les centres de gravité sont situés sur l'axe du solide; les forces centripètes nécessaires aux différentes tranches sont parallèles; elles ont une résultante, et comme elles sont proportionnelles aux poids des tranches (comme le montre la formule, où n et r ont toujours les mêmes), cette résultante est appliquée au centre de gravité du corps, et elle a la même valeur que si la masse entière y était concentrée; en sorte qu'on peut encore ici appliquer la formule simple donnée plus haut; il suffit de réduire par la pensée le corps à son centre de gravité tout seul, en y supposant la masse entière concentrée.

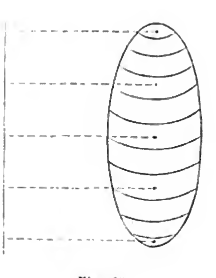


Fig. 67.

Le même raisonnement et la même conclusion seraient encore

applicables si, au lieu d'avoir la forme d'un solide de révolution, le corps avait celle d'un prisme placé parallèlement à l'axe, ou même, plus généralement, si toutes les tranches avaient leurs centres de gravité respectifs sur une même parallèle à l'axe de rotation.

83. Comme exemple de la nécessité de mettre en pratique les considérations qui précèdent, considérons la construction d'un *volant;* on appelle ainsi certaines roues en fonte, très-grandes et très-lourdes, qui existent dans presque toutes les machines, et dont nous verrons plus loin l'utilité. Un volant se compose, comme toutes les roues, d'un anneau ou couronne circulaire, d'un moyeu et de bras rattachant l'un à l'autre; la couronne forme la plus grande partie de la masse totale. La figure ci-jointe représente le volant d'une machine à vapeur de 50 chevaux, construite par M. Farcot; la couronne est, comme on voit, formée de 8 *jantes* ou morceaux séparés se raccordant l'un à l'autre, et chaque jante est fixée par de forts boulons à une tige ou bras fixé de même au moyeu central. Il est donc nécessaire de se rendre compte de l'effort que le bras doit exercer sur la jante pour pouvoir calculer sa dimension et la grosseur des boulons.

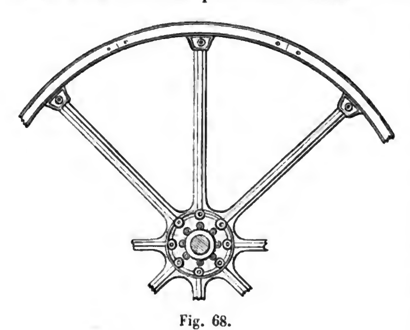


Fig. 68.

La jante occupe un arc de 45° sur la couronne; sa section est approximativement un rectangle de $0^m,20$ sur $0^m,10$, et le rayon moyen est $3^m,30$. D'après ces dimensions, la longueur de l'arc moyen est $\frac{\pi}{4}\cdot 3^m,30$, ou $2^m,592$, et on calcule le volume comme celui d'un prisme dont la base serait la section rectangulaire, et la hauteur $2^m,592$; puis, ayant le volume, on obtiendra le poids en multipliant par le poids spécifique de la fonte, $7^k,2$; on trouve ainsi à peu près 375 kilogrammes. On détermine alors

le centre de gravité par la règle donnée au § 36 : la corde de l'arc est $2^m,533$*; il est donc sur le rayon allant au milieu de la jante, à une distance du centre égale à $3^m,224$. Comme le volant est destiné à faire 30 tours par minute, la force centripète nécessaire à la jante est donc $4,206.\left(\frac{1}{2}\right)^2.3,224.375$ kilogrammes, ou environ 1300 kilogrammes. Il faudra établir en conséquence la dimension des diverses pièces.

84. Il est également nécessaire que l'arbre lui-même, sur lequel sera *calé* le volant, puisse résister aux réactions centrifuges; il faut donc examiner l'effet produit à ce point de vue par l'ensemble de la couronne. Or, ici, il est manifeste que ces réactions devraient se détruire identiquement, puisque toutes les pièces se reproduisent identiques et diamétralement opposées deux à deux; il en serait ainsi si toutes ces pièces avaient rigoureusement la forme qu'on leur suppose; mais les imperfections du travail et celles du montage font, la plupart du temps, que le centre de gravité de la masse entière ne tombe pas exactement au centre de l'arbre; il y a une excentricité plus ou moins grande, et dès lors il y a une réaction centrifuge appliquée à l'axe : les *palliers* qui le maintiennent, et qui ne devraient avoir à supporter que son poids, devront résister à cette réaction, tendant à chaque instant à entraîner l'axe du côté du centre de gravité. Si on suppose cette excentricité égale à 1 décimètre, ce qui n'est pas beaucoup pour une roue qui a près de 7 mètres de largeur, cette réaction sera $4,026.\left(\frac{1}{2}\right)^2.0,1.3000$ kilogrammes, ou 302 kilogrammes, puisque le poids total de la couronne est 3000 kilogrammes; nous négligeons, d'ailleurs, l'influence des bras et celle du moyeu. On peut ainsi concevoir toute l'importance qu'il y a à ce que les pièces d'une machine soient exécutées avec grand soin, et à ce que le montage en soit fait avec toute l'exactitude qu'il est possible d'atteindre.

* On peut ici la calculer directement puisqu'elle est le côté de l'octogone régulier dans un cercle de $3^m,30$ de rayon. Mais en général elle sera fournie par une table de cordes, ou autrement par une table des sinus. Il nous est impossible d'entrer ici dans aucune explication à ce sujet.

85. L'influence et les inconvénients d'un défaut de centrage se font bien autrement sentir dans les appareils à grande vitesse : les réactions centrifuges prennent alors une intensité qui dépasse de beaucoup ce qu'on imaginerait au premier abord. Prenons pour exemple une turbine de sucrerie. Le sucre, quand on le retire des cuves où le sirop a cristallisé, se présente sous la forme d'une sorte de bouillie formée par une multitude de petits cristaux, noyés dans un sirop de mélasse très-foncé dont il faut d'abord les séparer. Pour cela, on emploie une sorte de tambour dont le fond est plein, et les parois verticales à claire-voie ; ce tambour ou *panier* est animé d'un mouvement de rotation extrêmement rapide, allant jusqu'à 1500 ou 1600 tours par minute; on y verse le mélange, que le mouvement de rotation tend à projeter au loin en raison de son inertie; le tamis vertical laisse passer seulement la partie liquide, et bientôt on peut recueillir, dans le panier de la turbine, un amas de cristaux de sucre, presque entièrement débarrassés de mélasse. Dans un certain appareil de cette nature, fonctionnant dans une sucrerie du Nord, l'axe et le panier pèsent ensemble 48 kilogrammes; on y verse environ 50 kilogrammes de sirop, soit 100 kilogrammes le poids total. Admettons que cette charge se répartisse uniformément autour de l'axe de rotation; la réaction centrifuge sur les collets qui maintiennent l'axe est due alors uniquement aux défauts de construction

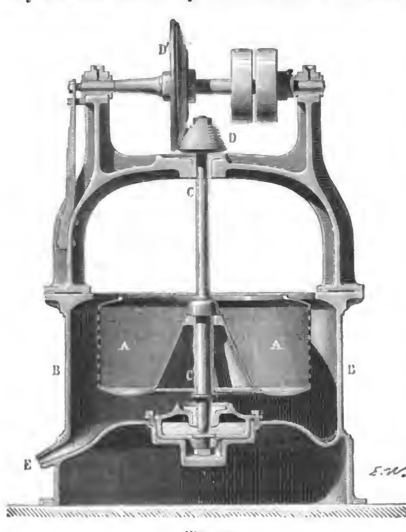


Fig. 19.

de la roue; soit seulement $0^m,01$ la distance à l'axe du centre de gravité, la réaction sera

$$0,001118.1500^2.0,01.100 \text{ kilogrammes, ou } 2191 \text{ kilogrammes.}$$

On voit à quelles énormes pressions l'axe doit pouvoir résister. Et cette valeur est souvent dépassée de beaucoup, par instants, lorsque la charge se porte plutôt d'un côté que de l'autre, comme il arrive quand le sirop est trop épais; le centre de gravité se déplace alors d'une manière sensible, et il en résulte des perturbations qui peuvent aller jusqu'à déraciner l'axe de la machine.

86. La théorie dont nous venons d'indiquer les principaux traits explique un grand nombre de faits qui se passent journellement autour de nous. Ainsi, un cheval qui court dans un manége incline son corps d'une manière très-sensible vers le centre, et l'inclinaison est d'autant plus marquée que sa vitesse est plus grande : c'est que, instinctivement, il rend oblique la réaction du sol, qui est verticale dans la marche ordinaire; alors cette réaction oblique fournit une composante verticale qui détruit l'action de la pesanteur, et une composante horizontale, qui est la force centripète nécessaire au mouvement circulaire. C'est par la même raison, et pour obtenir le même effet, que l'écuyer faisant de la voltige sur un cheval incline le haut du corps vers le centre du cirque.

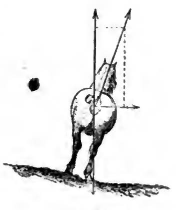


Fig. 70.

87. La nécessité d'une force centripète modifie aussi la stabilité d'une voiture en mouvement sur une courbe; quelle que soit cette courbe, on peut d'ailleurs, dans la pratique, la regarder dans une étendue assez grande comme un arc de cercle, ce qui permet d'assimiler le mouvement sur une courbe quelconque au mouvement circulaire. Pour prendre un exemple où les faits soient nettement accusés, considérons un wagon de chemin de fer roulant dans une courbe, que, dans la figure, nous supposerons tourner sa concavité vers la droite. Les roues sont munies de bourrelets, qui empêchent tout déplacement transversal; en conséquence, les roues de gauche, ici, tendant à s'échapper du cercle, y sont main-

tenues par la résistance du rail, force dirigée de gauche à droite, vers le centre de la courbe. Si on veut obtenir le déplacement général du wagon, il faut introduire le mouvement du centre de gravité, et on voit que la résistance du rail équivaut à une force centripète appliquée à ce centre et lui donnant le mouvement circulaire, et à un couple qui tend à produire le renversement du wagon autour du rail de gauche, et qui, s'il ne va pas jusqu'à produire cet effet, diminue du moins d'autant la valeur du moment de stabilité provenant de l'action de la pesanteur. Cette diminution est d'ailleurs d'autant plus grande que la force centripète nécessaire, ou la résistance transversale du rail, est plus forte.

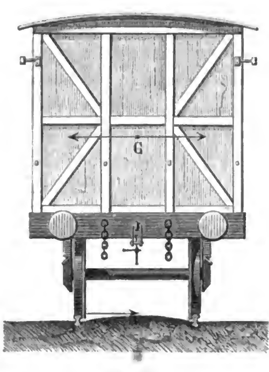


Fig. 71.

Il est bon de remarquer à ce sujet que pour une même vitesse cette résistance sera inversement proportionnelle au rayon de la courbe. En effet, cette valeur de la force centripète est exprimée par la formule $4{,}026n^2rp^{\text{kil}}$. Supposons que r devienne, par exemple, 2 fois plus petit; alors n deviendra 2 fois plus grand; car, à vitesse égale, un corps tournant ferait 2 fois plus de tours dans le même temps sur une circonférence d'un rayon 2 fois moindre; donc n^2 deviendra 4 fois plus grand, et le produit n^2r, dont l'un des facteurs devient 4 fois plus grand, tandis que l'autre devient 2 fois plus petit, se trouve, en définitive, devenir 2 fois plus grand; la force centripète devient donc double quand le rayon est réduit à moitié; elle lui est inversement proportionnelle quand on suppose que le corps tournant conserve la même vitesse absolue. C'est pour cette raison que les règlements administratifs interdisent les courbes d'un trop petit rayon dans les tracés de chemins de fer.

On voit d'ailleurs que sur une même courbe la résistance transversale nécessaire augmente avec la vitesse, et proportionnellement à son carré, car n est évidemment proportionnel à la vitesse;

c'est pourquoi il est toujours prudent de modérer la vitesse des trains dans les courbes.

Bien que pour une voiture marchant sur une route ordinaire, les choses ne se passent pas tout à fait de la même façon, parce qu'un déplacement transversal n'est plus ici tout à fait impossible, il est néanmoins bien clair que les considérations qui précèdent s'y appliquent aussi approximativement. Une voiture est toujours beaucoup moins stable dans un tournant que dans un parcours droit, et un cocher serait fort imprudent de ne point ralentir quand il doit changer de direction.

CHAPITRE V

ÉTUDE DE QUELQUES MACHINES SIMPLES AU POINT DE VUE DE L'ÉQUILIBRE

88. On appelle *machine* un appareil au moyen duquel l'action d'une force est transmise et transformée de manière à produire un effet donné. Ainsi, dans une machine en jeu, il y a toujours une force motrice ou *puissance* agissant d'un côté, et il y a de l'autre une *résistance* surmontée en vue d'un certain ouvrage. Ce qui caractérise une machine, c'est la transformation qu'elle fait subir à l'action directe de la puissance, de manière à la rendre applicable, ou du moins plus facilement applicable au travail particulier qu'on veut exécuter. Par exemple c'est une machine, que le levier dont se sert l'ouvrier pour soulever sans peine une lourde pièce qui résisterait à ses efforts directs; le déplacement de la pièce a été obtenu par l'action de la force musculaire de l'homme; mais cette action a été transformée et appropriée à cet effet particulier, de même qu'elle pourrait l'être par d'autres machines en vue d'autres travaux.

Nous étudierons d'abord les machines en négligeant l'influence de ce qu'on appelle les *résistances passives*, c'est-à-dire de toutes les causes accessoires, frottement, roideur des cordes, etc., qui, dans la réalité, gênent le mouvement et diminuent l'effet utile. Ces suppositions ne sont pas tout à fait exactes, et, suivant les circonstances, elles s'écartent plus ou moins de ce qui a lieu effectivement. Mais elles nous permettront d'arriver à des relations très-simples, qui représenteront les faits d'une manière approxi-

mative ; il nous suffira ensuite d'indiquer, pour chaque cas, dans quel sens elles sont modifiées par ces causes accessoires dont nous aurons d'abord négligé l'influence. Cette sorte de simplification est tout à fait analogue à ce que l'on fait lorsqu'on applique les théorèmes de la géométrie, établis pour certaines formes idéalement parfaites, aux corps matériels qui ne les reproduisent que plus ou moins grossièrement.

89. Nous commencerons aussi par étudier les machines au point de vue de l'équilibre ; c'est-à-dire que pour chaque genre de machine nous rechercherons quelle est la relation qui doit exister entre la *puissance* et la *résistance* pour qu'elles se fassent équilibre. Il est évident que, en général, les machines ne sont pas faites pour l'équilibre, mais bien pour le mouvement ; la puissance doit surmonter la résistance et non la neutraliser. Mais, d'une part, en cherchant pour quelle valeur la puissance fera équilibre à la résistance, on saura que pour toute valeur plus grande elle la surmontera ; et, d'autre part, si on suppose le mouvement déjà existant et la machine lancée, il est visible que ce mouvement continuera par la seule inertie des corps sans s'accélérer ni se ralentir, lorsque la puissance aura précisément cette valeur correspondant à l'équilibre ; car les forces se neutralisant alors, l'état du corps sera le même que si elles n'existaient pas. Ainsi la valeur de la puissance, qui au repos ferait équilibre à la résistance et l'empêcherait d'entraîner la machine, sera aussi la valeur de la puissance propre à entretenir le mouvement lorsque la machine a été mise en mouvement et a acquis la vitesse qu'on désire lui conserver.

90. **Plan incliné**. — Considérons un corps pesant posé sur un plan incliné AB (fig. 72) ; cherchons quelle force il faut lui appliquer pour l'empêcher de glisser ; nous supposons, ainsi que nous l'avons dit plus haut, qu'il n'y a aucun frottement entre le corps et le plan. Nous appellerons h la hauteur AC du plan incliné, l sa longueur AB, et a sa largeur CB dans le sens horizontal.

Le poids Q du corps, appliqué en son centre de gravité G, peut être décomposé en deux forces : l'une GF, perpendiculaire au plan, et qui n'a d'autre effet que d'y appuyer le corps sans concourir en rien à le faire glisser, l'autre GE, parallèle à ce plan, et qui seule tend à produire le mouvement. En comparant les deux

triangles GFP et ACB, qui sont semblables puisqu'ils ont leurs côtés perpendiculaires, on voit que la composante GE, parallèle au plan, a pour valeur $Q\frac{h}{l}$; et comme la résistance du plan détruit l'autre, il faut et il suffit, pour l'équilibre, que la puissance, quelle que soit d'ailleurs sa direction, fournisse une composante égale et opposée à celle-là.

Si cette puissance P agit parallèlement au plan, il suffira qu'elle soit elle-même égale et opposée à la composante effective GE, et la condition d'équilibre sera $P=Q\frac{h}{l}$; si la hauteur est deux ou trois fois plus petite que la longueur du plan, la force à employer pour maintenir le corps en équilibre sera deux ou trois fois plus petite que le poids à soutenir.

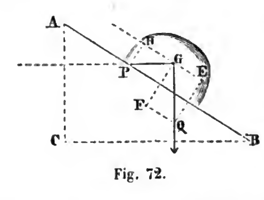


Fig. 72.

Si elle agit horizontalement, suivant GP, sa composante parallèle au plan sera représentée par la ligne GH; le triangle PHG est encore semblable au triangle ABC comme rectangle, et ayant l'angle G égal à l'angle B : on peut écrire GH : GP :: CB : AB; et par conséquent la composante représentée par GH a pour valeur $P\frac{a}{l}$. La condition pour l'équilibre est donc $P\frac{a}{l}=Q\frac{h}{l}$, ou $P=Q\frac{h}{a}$.

91. Si on laissait le corps glisser librement sous l'influence de la pesanteur, on peut remarquer que son mouvement serait exactement le même que s'il tombait verticalement et que l'intensité de la pesanteur eût été diminuée dans le rapport de la longueur du plan à sa hauteur; car la seule condition pour que le mouvement soit uniformément accéléré, c'est la constance de la force motrice; et ce serait ici la composante GE, qui sera la même quelle que soit la position du corps sur le plan, puisque sa grandeur ne dépend que de l'inclinaison. On peut donc ainsi observer les lois du mouvement uniformément accéléré produit par la pesanteur, tout en diminuant autant qu'on voudra la rapidité du mouvement qu'elle occasionne et qui rendrait très-difficile l'observation di-

recte. Comme nous l'avons dit précédemment, c'est par ce procédé ingénieux que Galilée vérifia directement par l'expérience les lois de la chute des corps, qu'il avait découvertes *.

Si on suppose, par exemple, entre les extrémités du plan incliné, la différence de niveau égale à la 10e partie de sa longueur, le poids se trouvera remplacé, au point de vue du mouvement, par une composante 10 fois plus petite; la vitesse produite par cette composante en 1 seconde sera donc aussi 10 fois plus petite que la vitesse g que produirait le poids tout entier dans la chute verticale (16). En appelant g' cette vitesse réduite (elle serait en général réduite dans le rapport de h à l, lequel est ici un dixième), on aura, pour l'espace e' parcouru au bout de t secondes, $e' = \frac{1}{2} g't^2$. Au bout d'un même temps, les espaces parcourus par un corps glissant sur le plan incliné, et par un corps tombant librement suivant la verticale, sont entre eux comme la hauteur et la longueur du plan incliné; car $e' : e :: g' : g$, c'est-à-dire $:: h : l$. Soit D le point où serait parvenu un corps tombant librement du point A, au bout d'un certain temps; pour avoir le point où il serait arrivé dans le même temps en glissant sur le plan incliné AB, il suffit d'abaisser du point D une perpendiculaire sur AB; les deux triangles ADE et ACB sont semblables, et AE : AD :: AC ou h : AB ou l.

Fig. 73.

* Avant Galilée (1564-1642) on n'avait jamais considéré les forces qu'au point de vue de l'équilibre, et non au point de vue du mouvement; et personne n'avait réussi à déterminer la loi de la chute des corps, dont la cause est si simple. Il a fait le premier ce pas important, ouvrant par là une carrière nouvelle aux progrès de la mécanique. « Ces découvertes ne procurèrent pas à Galilée, de son vivant, autant de célébrité que celles qu'il avait faites sur le système du monde; mais elles font aujourd'hui la partie la plus solide et la plus réelle de la gloire de ce grand homme. La découverte des satellites de Jupiter, des taches du soleil, etc., ne demandaient qu'un télescope et de l'assiduité; mais il fallait un génie extraordinaire pour démêler les lois de la nature dans des phénomènes que l'on avait toujours eus sous les yeux, mais dont l'explication avait néanmoins toujours échappé aux recherches des philosophes! » (Lagrange, *Mécanique analytique*.)

Comme le point E est sur la circonférence décrite sur AD comme diamètre, et qu'il en serait de même pour tous les points analogues, quelle que fût l'inclinaison de AB, on voit que, si on imaginait une infinité de plans inclinés issus tous du point A, et sur chacun desquels un corps glisserait à partir du sommet commun, tous ces corps, pendant leur chute, se trouveraient naturellement disposés de manière que leur ensemble dessinât à chaque instant une circonférence. On énonce encore ce curieux résultat trouvé par Galilée, en disant que si on imagine un cercle vertical et les cordes issues du point le plus élevé, toutes ces cordes, considérées comme plans inclinés, seraient parcourues dans le même temps.

On pourrait encore se démontrer que si on imagine un cercle vertical et les cordes aboutissant au point le plus bas, toutes ces cordes considérées comme plans inclinés seraient parcourues dans le même temps. La vérification expérimentale est même plus facile pour ce dernier résultat.

92. La plus fréquente application des plans inclinés se rapporte à l'élévation ou à la descente des fardeaux. En pratiquant, entre deux points situés à des niveaux différents, une rampe suffisamment longue, on rendra l'effort nécessaire pour y faire monter ou descendre un corps, aussi peu différent qu'on voudra de l'effort nécessaire sur un terrain horizontal.

Si, par exemple, un ouvrier monte des terres à la brouette le long d'une rampe, l'effort nécessaire pour entretenir le mouvement et en maintenir la vitesse constante est une fraction du poids marquée par le rapport entre la hauteur et la longueur de la rampe. En substituant l'emploi d'une rampe à celui d'une échelle verticale, on augmente le chemin à parcourir ; la longueur de la rampe sera, par exemple, 6 fois plus grande que n'aurait été celle de l'échelle, c'est-à-dire la hauteur à laquelle le fardeau doit être élevé ; mais aussi le même homme pourra élever un poids 6 fois plus considérable ; on gagne en puissance ce qu'on perd du côté du chemin à parcourir.

Il est à remarquer que le rapport trouvé ci-dessus, de la puissance au poids, suppose seulement que ces deux forces se font équilibre, autrement dit, que la vitesse du mouvement est constante ; mais il est tout à fait indépendant de la grandeur de cette vitesse, et il ne faudra pas plus de force pour maintenir un mou-

vement rapide qu'il n'en faudrait pour un mouvement lent. Au premier abord, ceci semble peu d'accord avec l'expérience de tous les jours ; il est visible que le terrassier pourra soutenir son travail à un pas modéré beaucoup plus longtemps qu'il ne le pourrait en se pressant. Mais ceci tient uniquement à ce que des mouvements précipités fatiguent l'homme beaucoup plus vite que des mouvements lents, et cette fatigue n'a aucun rapport avec le fardeau à soulever; elle se produirait de même pour l'homme montant à vide. Ce rapport entre l'effort à développer et le poids est, de même, indépendant du sens du mouvement, c'est-à-dire que le terrassier devrait dépenser autant de force pour descendre la rampe en retenant sa brouette que pour monter en la poussant. Cependant, il faut remarquer que l'influence des résistances passives a pour effet d'établir l'inégalité entre ces deux efforts de montée et de descente, qui devraient être égaux. Ces résistances agissent toujours pour contrarier le mouvement, dans quelque sens qu'il ait lieu, et, par conséquent, elles viennent en aide à l'ouvrier, dans la descente, où il doit retenir son fardeau, tandis que, dans la montée, elles équivalent à un surcroît de poids, et exigent un surcroît d'effort.

93. **Coin.** — Le coin est un prisme triangulaire, que l'on introduit par son arête tranchante dans une fente pour écarter ou séparer les deux parties d'un corps ; on s'en sert aussi pour exercer de grandes pressions. Les couteaux, les haches, les poinçons, et en général tous les instruments tranchants et pénétrants, peuvent être considérés comme des coins.

L'emploi du coin se fonde sur une décomposition de force analogue à celle qui a lieu sur le plan incliné. Supposons qu'un prisme triangulaire ABC soit poussé perpendiculairement à la base AB par une force, représentée par DE. Cette force tend à faire avancer le prisme et à déplacer parallèlement à elles-mêmes les deux faces latérales AC et BC. Si elles éprouvent une résistance quelconque, elles agiront chacune perpendiculairement à sa direction pour vaincre cette résistance, et on aura les pressions exer-

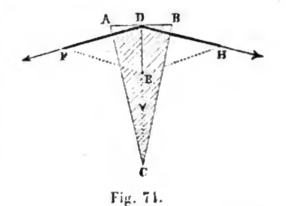


Fig. 71.

cées par elles en décomposant la force DE suivant les deux perpendiculaires aux deux faces; ces pressions seront représentées par DF et DH; elles seront égales si, comme il arrive le plus souvent, le triangle ABC est isocèle; on conçoit, d'ailleurs, que si l'angle C est très-aigu, ces deux pressions peuvent être très-grandes par rapport à la force qui agit suivant DE. Il y aura équilibre lorsque les résistances qui s'opposent aux mouvements des deux faces seront égales et opposées à DF et à DH. Comme les deux triangles ABC et DEF sont semblables, on voit que, lorsqu'il y a équilibre entre les forces, la pression sur la *tête* du coin est aux réactions exercées sur les faces latérales comme la tête du coin est aux faces latérales. En faisant le coin suffisamment aigu, on peut donc, avec une force donnée, soit résister à des efforts latéraux aussi grands qu'on voudra, soit exercer des pressions latérales aussi grandes qu'on voudra.

Nous pouvons citer comme application de ce principe la *presse à coin*, qui est encore employée dans le nord de la France pour l'extraction de l'huile de colza.

La substance à presser, renfermée dans des sacs A, est placé entre deux plateaux BB, placés eux-mêmes entre des coussinets de bois C; deux systèmes semblables sont disposés aux deux bouts d'une sorte d'auge, formée par deux solides massifs MM; dans l'intervalle s'exerce l'action de la presse à coin proprement dite. Entre des cales EE sont interposés, d'une part un coin D, d'autre part un contre-coin ou clef F; un pilon G, que soulève et laisse retomber alternativement un axe tournant muni de cames (voir plus loin la description d'un système analogue, § 173), enfonce le coin D et opère ainsi la compression; l'huile extraite s'écoule par des claires-voies ménagées au-dessous des sacs. Quand l'opération est terminée, l'ouvrier arrête le pilon G et en fait agir un autre H sur le contre-coin F; il desserre ainsi les cales, qu'il enlève, pour remplacer par d'autre la matière épuisée.

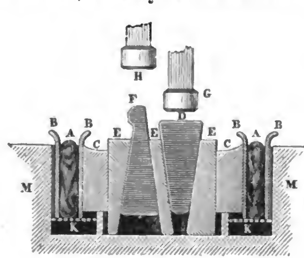


Fig. 75.

Ces presses, d'une construction fort simple, étaient naguère d'un emploi général, et les pilons étaient mis en jeu par des moulins à vent. Elles tendent de jour en jour à disparaître, comme toutes celles où l'action motrice s'exerce par voie de choc. Outre l'inconvénient d'un bruit très-gênant, elles donnent lieu à de grandes pertes de travail; on les remplace avec avantage par des meules à action continue.

94. **Levier.** — Nous avons déjà indiqué (31) la relation qui doit être satisfaite pour que deux forces appliquées à un levier se fassent équilibre; il faut et il suffit que leurs moments par rapport à l'axe fixe soient égaux. Néanmoins, le raisonnement que nous avons employé suppose que tout se passe dans un même plan, c'est-à-dire que les forces agissant sur le levier sont toutes deux situées dans un même plan perpendiculaire à l'axe. Malgré cela, la condition que nous avons trouvée subsiste dans tous les cas.

D'abord, quant à cette circonstance que les composantes perpendiculaires ne soient pas dans un même plan perpendiculaire à l'axe, mais dans des plans parallèles, elle n'a aucune influence. Par exemple, on conçoit bien qu'il est tout à fait indifférent de placer à une hauteur ou à une autre les barres d'un manége; qu'un cheval soit grand ou petit, il est évident qu'il produira le même effet, pourvu qu'il tire avec la même force.

Maintenant, lorsqu'une force est oblique à l'axe, au lieu d'être située dans un plan perpendiculaire, il suffit de la décomposer en deux, l'une parallèle à cet axe et qui ne peut contribuer en rien au mouvement de rotation, l'autre dans un plan perpendiculaire à l'axe; celle-ci est seule efficace, et c'est d'elle seule qu'il faut tenir compte dans les conditions d'équilibre; les moments des deux composantes ainsi obtenues doivent être égaux. Pour abréger le langage, et en raison de ce qu'une force oblique agissant sur un levier n'a d'effet que par sa composante perpendiculaire, le *moment de cette composante* est ce qu'on appelle le *moment de la force par rapport à l'axe*; de sorte que la condition d'équilibre conserve le même énoncé; il faut, pour l'équilibre, que les moments des deux forces soient égaux.

95. Examinons les pressions auxquelles se trouve soumis l'axe du levier.

Lorsque tout se passe dans un même plan, la question est très-simple. Soit ACB un levier mobile autour du point fixe C; il est sollicité par deux forces, appliquées en A et en B. Prolongeons leurs directions jusqu'à leur point de rencontre D, afin de trouver leur résultante DG; cette résultante devra passer par le point d'appui C, autrement, il ne pourrait y avoir équilibre; et alors la pression exercée sur le point fixe sera précisément cette résultante qu'il détruit. L'axe ne supporte de pression qu'en un seul point, celui qui est situé dans le plan d'action des forces.

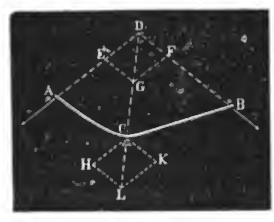
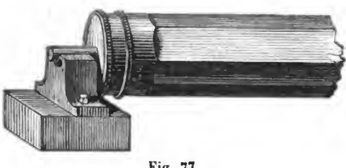


Fig. 76

Mais, en général, il n'en peut être ainsi. Lorsque les deux forces, ou leurs composantes perpendiculaires à l'axe, sont situées dans des plans différents, leurs directions prolongées ne peuvent plus se rencontrer, et elles ne donnent plus de résultante unique. Aussi est-il nécessaire, en général, de maintenir l'axe d'un levier en plus d'un point de sa longueur, et c'est ce que nous voyons ordinairement; ainsi, l'essieu d'une roue est maintenu à ses deux extrémités; un arbre tournant est maintenu au moins dans deux anneaux ou colliers, souvent même par un plus grand nombre; l'axe horizontal autour duquel doit pouvoir s'incliner plus ou moins un canon est formé par deux tourillons, maintenus chacun sur l'affût, etc.

De plus, lorsque les forces agissent obliquement, l'axe ne tend pas seulement à basculer, il tend à être entraîné dans le sens de sa longueur, et de simples anneaux ne suffiraient pas à le maintenir. Aussi, très-souvent, termine-t-on un axe tournant par un tourillon de moindre diamètre, de manière à ce que la partie la plus grosse vienne buter contre les appuis du tourillon, et ne puisse éprouver de déplacement longitudinal. C'est par la même raison


Fig. 77.

qu'on retient une roue de voiture par une clavette traversant l'essieu.

Nous devons maintenant examiner rapidement les principales machines dont la construction est fondée sur le principe du levier.

96. **Treuil.** — Le treuil est une machine très-fréquemment employée pour élever des fardeaux. Elle se compose d'un cylindre BB, monté sur des tourillons C, C, et mobile ainsi autour de son axe; des barres F, implantées dans le cylindre, servent à le mettre en mouvement. Le fardeau P à élever est suspendu à l'une des extrémités d'une corde dont l'autre bout est fixé en A sur la surface du cylindre; le mouvement de rotation produit l'enroulement de la corde, et, par suite, l'élévation du fardeau.

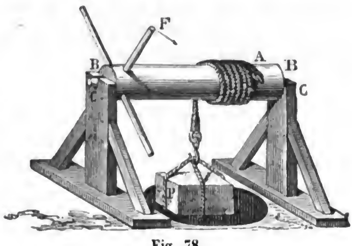


Fig. 78.

Ici le levier est soumis à l'action de deux forces, toutes deux perpendiculaires à l'axe; elles agissent dans des plans différents, ce qui n'a d'influence, comme nous l'avons dit plus haut, que sur les pressions supportées par les pièces qui maintiennent l'axe; enfin elles ont pour bras de levier, l'une, la longueur ON des barres, sur les extrémités desquelles agit un homme, l'autre, le rayon OM du cylindre, sur lequel s'enroule la corde. Par conséquent, elles se feront équilibre lorsqu'elles seront en raison inverse de ces deux longueurs. Si, par exemple, OM est le quart de ON, une fois le mouvement commencé il faudra, pour l'entretenir avec la même vitesse, exercer sur les barres un effort équivalent au quart du poids à soulever.

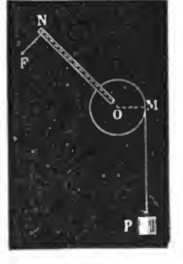


Fig. 79.

Dans la pratique, ce rapport se trouve altéré par l'existence des frottements; que le treuil soit employé à monter ou à descendre un fardeau, il faudrait toujours, en admettant les propor-

tions précédentes, que la puissance exercée sur les barres fût le quart du poids de ce fardeau pour que le mouvement fût uniforme, s'il n'existait aucune résistance étrangère ; mais, en réalité, si le mouvement est ascendant, une force plus grande sera nécessaire, parce qu'il y aura des frottements à vaincre ; et si le treuil est employé à descendre un fardeau, auquel cas l'effort exercé sur les barres doit servir à retenir ce corps et à empêcher le mouvement de s'accélérer, les frottements lui viendront alors en aide, et plus ces frottements seront grands, plus il pourra rester en dessous de sa valeur théorique ; très-souvent même alors on emploie des engins particuliers, auxquels on donne le nom de *freins*, et qui ont précisément pour objet d'augmenter ces frottements, afin de diminuer la force de retenue nécessaire. Quoi qu'il en soit, on voit bien, par cet exemple, que la valeur résultant du rapport inverse des longueurs de bras de levier représente ce qu'il y a de général dans les divers appareils ; suivant les cas, et en raison des circonstances particulières, la valeur de la force pratiquement nécessaire s'en écartera plus ou moins dans un sens ou dans l'autre, mais d'autant moins que les résistances accessoires seront moindres elles-mêmes.

97. Il est inutile d'entrer ici dans la description détaillée des différentes formes que peut recevoir le treuil ; nous citerons, cependant, la *roue à chevilles*, qui est encore très-fréquemment employée dans les carrières pour élever jusqu'au niveau du sol les pierres extraites au fond de l'excavation. C'est, comme on le voit d'après la figure, un simple treuil, dans lequel on emploie pour force motrice le poids d'un homme ; les barres sont remplacées par une grande roue, sur la circonférence de laquelle sont placés, quelquefois à l'intérieur, mais le plus souvent à l'extérieur, des chevilles ou échelons ; un homme, se plaçant sur ces échelons, détermine, par l'action de son poids, le mouvement de rotation ; et, en passant continuellement d'un échelon à un autre, il rend continu ce mouvement. Ce qu'il faut remarquer dans cet appareil, c'est que la force motrice est ici constante ; mais son bras de levier, et, par suite, son moment, sont variables avec la position de l'homme sur la roue ; c'est ainsi que, pour maintenir le mouvement uniforme en maintenant l'équilibre entre les forces, l'homme doit rester constamment au même point de la roue, considérée

comme une circonférence géométrique immobile; il passe continuellement d'un échelon à un autre, afin que son poids agisse toujours par le même bras de levier.

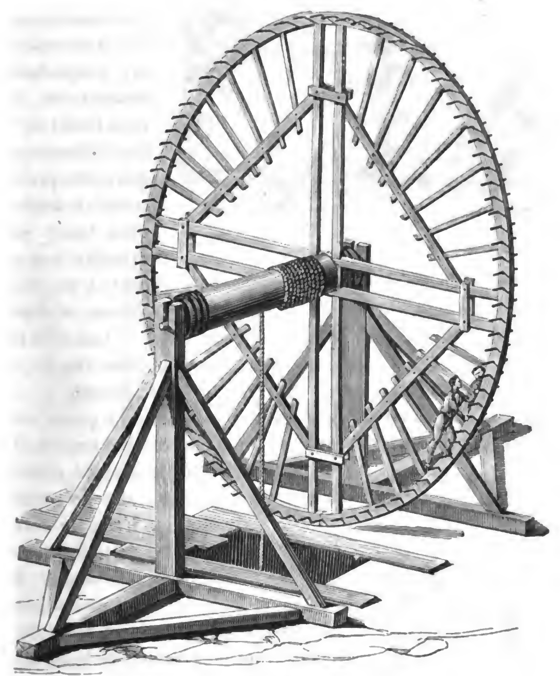


Fig. 80.

98. Le *cabestan* est une autre variété de treuil; il est employé, non plus à soulever verticalement des fardeaux, mais à exercer une traction horizontale. L'axe du cylindre est vertical, et les barres situées dans un même plan horizontal, ce qui permet de les multiplier autant qu'on le veut, et de faire agir simultanément autant d'hommes qu'il est nécessaire. La seule circonstance à remarquer se rapporte à l'enroulement de la corde. Le cabestan étant or-

dinairement employé dans des cas où il faut déployer une grande puissance, cette corde est souvent très-grosse; il y aurait des inconvénients à la laisser s'accumuler sur le corps du cabestan; or, l'expérience a montré, et il est bien facile de vérifier directement, que, lorsque cette corde a fait quelques tours sur le cylindre, son adhérence est telle qu'elle peut résister, sans glisser, à une tension très-considérable. On en profite donc pour la laisser se dérouler d'un côté, pendant qu'elle s'enroule de l'autre; une très-faible traction, exercée, s'il est nécessaire, par l'homme chargé de la mettre en ordre, suffit pour empêcher tout glissement.

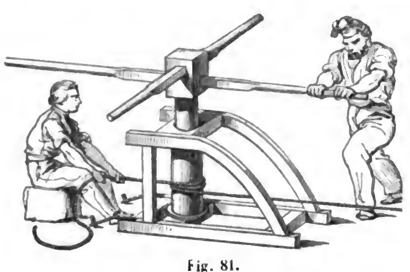


Fig. 81.

99. **Poulies et combinaisons de poulies.** — La poulie est encore une forme du levier. Elle se compose, comme on sait, d'une roue ou *rouet*, dont la surface extérieure est creusée en *gorge*, afin de retenir la corde qui s'y appuie. L'axe de ce rouet est supporté par une sorte de boîte ouverte ou d'étrier, nommé *chappe*. Entre la corde et le rouet, il y a une adhérence suffisante pour qu'il n'y ait point de glissement; tout mouvement de la corde dans le sens de sa longueur entraîne une rotation du rouet.

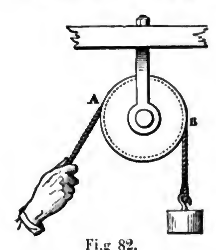


Fig. 82.

100. **Poulie fixe.** — Supposons fixe la chappe de la poulie, et soient appliquées deux forces aux deux extrémités de la corde, leur effet sera le même que si elles étaient appliquées aux deux points de la circonférence où cette corde quitte la poulie; ce sont donc deux forces agissant sur un levier avec des bras égaux; il faut, pour l'équilibre, qu'elles soient égales, ce qui, du reste, est bien à peu près évident de soi-même, la poulie n'ayant d'autre

effet que de permettre des directions différentes aux deux parties ou *brins* de la corde. L'usage si fréquent des poulies fixes résulte donc seulement de la possibilité procurée par elles de modifier la direction de l'effort à exercer. Si, par exemple, on fait passer sur une poulie la corde d'un puits ou celle d'un grenier, c'est uniquement parce qu'il est plus commode à un homme de tirer de haut en bas, ou obliquement, que de tirer directement de bas en haut.

101. **Poulie mobile.** — Mais souvent on dispose autrement les choses : l'un des bouts de la corde est attaché à un anneau fixe, et c'est à la chappe qu'est suspendu le fardeau à élever. Dans ces conditions, l'équilibre exigera évidemment que l'effort exercé sur la corde soit l'une des composantes de la force AD qui détruirait

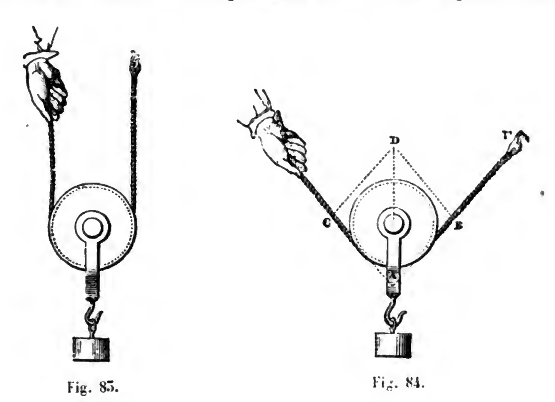


Fig. 83. Fig. 84.

l'action du poids, décomposée suivant les directions des deux brins de la corde. Selon que ces deux brins feront un angle ou un autre, cet effort nécessaire pour maintenir l'équilibre sera lui-même plus ou moins grand. Il est même à remarquer que, si grand qu'il soit, il ne pourra jamais maintenir en ligne droite les deux parties de la corde. Lorsqu'elles seront parallèles, il sera le plus petit possible, et égal à la moitié du poids. Tout cela est très-facile à vérifier directement par l'expérience.

102. **Moufles.** — Considérons plusieurs poulies montées dans une chappe commune sur le même axe ; leur ensemble constituera

une *moufle* ou *palan*, genre d'appareil dont on fait un fréquent usage. Pour soulever un pesant fardeau on emploiera simultanément deux moufles pareilles, l'une fixe et l'autre mobile, à laquelle sera suspendu le fardeau. Une corde est attachée par un bout à la moufle supérieure, puis elle s'enroule successivement sur la première poulie d'en bas et sur la première poulie d'en haut, sur la seconde poulie d'en bas et sur la seconde poulie d'en haut, et ainsi de suite; on tire sur le dernier brin libre. Supposons, comme dans la figure ci-jointe, qu'il y ait trois poulies à chaque moufle; il y a six brins les reliant ensemble; par conséquent, lorsque l'équilibre sera établi, le poids du fardeau attaché à la moufle inférieure se répartira également entre ces six brins pareils, et chacun d'eux sera tendu comme s'il supportait le sixième de ce poids. Mais, d'après ce que nous avons dit plus haut de la poulie, il est visible que la tension du dernier brin est précisément l'effort exercé sur la partie libre de la corde; donc, *l'effort nécessaire à exercer pour maintenir un poids en équilibre à l'aide d'une paire de moufles est égal à ce poids divisé par le nombre total des poulies.*

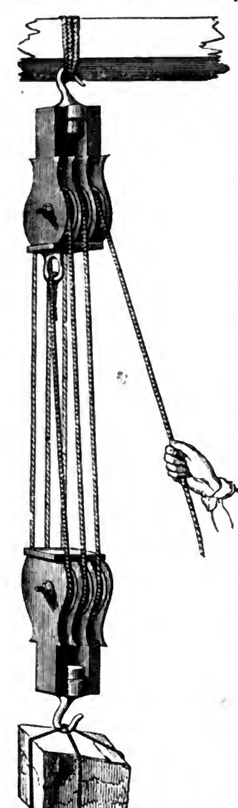


Fig. 85.

103. Ceci est rigoureusement vrai; néanmoins, dans la pratique, où cet appareil est destiné généralement, non à l'équilibre mais au mouvement, il y a lieu de ne pas oublier l'influence des résistances passives. Dans l'exemple précédent, suivant que les moufles seront employées à monter un fardeau ou bien à le descendre, il faudra, pour entretenir un mouvement uniforme, une force plus grande ou plus petite que le sixième du poids, en raison des frotte-

ments, et surtout en raison de la roideur des cordes qui doivent se plier pour s'enrouler sur les poulies ; et la différence pourra parfois être très-sensible. Si on cherche à vérifier, par un essai direct, l'énoncé ci-dessus, et que, pour cela, on suspende à la moufle inférieure un poids de 60 kilogrammes, et au brin libre un poids de 10 kilogrammes, l'équilibre s'établira ; mais on reconnaîtra bien vite qu'on peut enlever quelque chose à ces 10 kilogrammes sans que les 60 kilogrammes suspendus de l'autre côté l'emportent ; de même, il faudra y ajouter un certain poids, parfois assez notable, pour déterminer l'ascension de ce poids de 60 kilogrammes (voir plus loin § 148). L'action des résistances passives établit donc, ainsi que nous le disions plus haut, pour le rapport de la puissance à la résistance, certaines limites entre lesquelles l'équilibre subsiste, et en dehors desquelles seulement le mouvement se produit dans un sens ou dans l'autre ; tandis que, s'il n'y en avait pas, toute force plus petite ou plus grande qu'une certaine valeur unique déterminerait le mouvement. Cet intervalle sera d'autant plus grand que les résistances seront elles-mêmes plus grandes ; il variera donc suivant que l'appareil sera en bon ou en mauvais état, suivant que les cordes seront neuves ou à demi usées, etc.

104. **Combinaisons de leviers ou treuils ; roues dentées.** — Supposons qu'on ait rendu solidaires plusieurs leviers ou treuils successifs, de manière à ce qu'ils ne puissent tourner que tous à la fois, la première roue de chacun d'eux étant entraînée par la deuxième roue du treuil précédent. Une force est appliquée à la première roue du premier treuil ; une autre, tendant à produire un mouvement inverse, est appliquée à la seconde roue du dernier treuil ; cherchons quelle relation doit exister entre elles pour qu'il y ait équilibre.

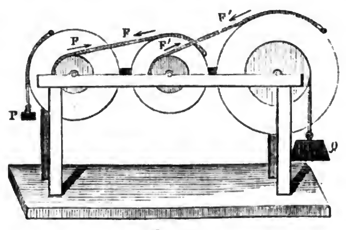


Fig. 86.

Désignons par R, R'... les rayons des premières roues, par r, r'... ceux des secondes roues sur les différents treuils ; puis appelons P et Q les deux forces appliquées

au système. La force P, tendant à faire tourner le premier treuil de droite à gauche, tend, par là même, à entraîner le second : soit F l'action exercée sur le second levier, c'est-à-dire la tension de la corde qui, dans notre figure, relie le premier treuil au second. S'il y a équilibre sur tout le système, il y a équilibre sur le premier treuil séparément, et, par conséquent, il y a égalité entre le moment de la force P et celui de la réaction F, exercée par le deuxième treuil sur le premier, $PR = Fr$. De même, sur le deuxième treuil, en appelant F′ l'action et la réaction qui ont lieu entre lui et le troisième, on aura $FR' = F'r'$, puisqu'il doit être en équilibre sous l'influence de l'action F et de la réaction F′, et ainsi de suite pour chacun des treuils successifs. S'il n'y en a que trois, on aura seulement encore $F'R'' = Qr''$. Le produit des trois moments PR, FR′, F′R″ doit être égal à celui des trois moments Fr, $F'r'$, Qr'', qui leur sont égaux respectivement; si on écrit cette égalité, et qu'on supprime les facteurs communs aux deux membres, il restera $PRR'R'' = Qrr'r''$, ou bien

$$\frac{PR}{Qr''} = \frac{r}{R'} \cdot \frac{r'}{R''}.$$

PR est le moment de la puissance P sur le premier treuil, Qr'' est celui de la résistance Q sur le dernier; r et R' sont les rayons de deux roues dont l'une entraîne l'autre; de même r' et R''. La relation que nous venons de trouver signifie donc que, *sur un système de leviers ou treuils, il faut, pour l'équilibre, que les moments de la puissance et de la résistance, relativement à leurs axes respectifs, aient entre eux un rapport égal au produit des nombres exprimant le rapport du rayon de chaque roue de communication avec celui de la roue qu'elle fait mouvoir.*

105. Pour rendre solidaires les roues voisines des treuils successifs, le moyen le plus fréquemment employé consiste à munir les circonférences de ces roues de creux et de saillies ou *dents;* de telle sorte que les creux de l'une, recevant exactement les saillies de l'autre, elles ne peuvent tourner l'une sans l'autre, et en même temps tout glissement devient impossible. Une pareille disposition porte le nom d'*engrenage;* on dit que les deux roues engrènent ensemble, et on désigne habituellement la plus petite des

deux sous le nom de *pignon**. Nous ne donnerons ici aucun détail sur la forme qu'il convient de donner aux dents; mais puisque les saillies de l'une des roues doivent s'engager dans les vides de l'autre avec le moins de jeu possible, et réciproquement, nous pouvons remarquer que la somme d'un plein et d'un vide, c'est-à-dire la distance entre les naissances de deux dents consécutives, doit être la même sur les deux roues;

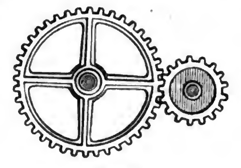


Fig. 87.

on appelle cette longueur commune le *pas* de l'engrenage, et le nombre des dents de chaque roue représente le nombre de fois que sa circonférence contient le pas. Il en résulte que, dans un engrenage, le rapport des nombres de dents des deux roues est le même que le rapport des longueurs des circonférences, ou le même que le rapport des rayons. Par conséquent, si on suppose, comme c'est l'ordinaire, que, dans une machine composée de plusieurs treuils successifs, les liaisons soient établies au moyen d'engrenages, chacun des rapports de rayons tel que $\frac{r}{R'}$, pourra être remplacé par celui $\frac{n}{N'}$, du nombre de dents correspondantes, et l'énoncé indiqué ci-dessus se trouvera remplacé par celui-ci : *il faut, pour l'équilibre d'un système de roues dentées, que le moment de la puissance et le moment de la résistance relativement à leurs axes respectifs, soient entre eux dans un rapport égal au produit des nombres exprimant les rapports du nombre de dents de chaque pignon à celui de la roue qu'il met en mouvement.*

106. L'effet d'un grand nombre de machines nommées crics, treuils à engrenages, chèvres, grues, peut être évalué par l'application de cette règle simple. Considérons, par exemple, un *cric*, appareil employé à chaque instant dans les ateliers ou chantiers pour soulever des pièces massives ou de lourdes pierres. L'objet à soulever est saisi par un crochet ou saillie, disposé à la partie supérieure d'une tige dentée A, dite *crémaillère*, laquelle engrène

* L'emploi des engrenages remonte à une haute antiquité; on n'en connaît pas l'inventeur; mais Aristote (381-322 av. J.-C.), contemporain d'Alexandre le Grand, en parle déjà comme d'un objet bien connu de son temps.

avec un pignon *c* qui, en tournant, la fera monter ou descendre. Sur le même axe que ce pignon, et formant avec lui un treuil, est calée une roue plus grande B, mise en mouvement par le pignon du treuil précédent, et ainsi de suite; le pignon D du premier treuil est mis en mouvement au moyen d'une manivelle E. Dans la figure ci-contre, le cric représenté se compose de deux treuils seulement, à roues dentées; le premier renferme la manivelle comme première roue, et le pignon du second est en communication avec la crémaillère. La première roue de ce second treuil porte 20 dents, et est mue par le pignon du premier, lequel a 6 dents et est sous l'action de la manivelle. D'après la règle précédente, les moments de l'effort sur la manivelle et du poids à soulever doivent, pour l'équilibre, avoir pour rapport $\frac{6}{20}$ ou $\frac{3}{10}$. Ainsi, tandis que sur un treuil unique il faudrait que ces moments fussent égaux, il suffit ici, pour l'équilibre, que le moment de la puissance exercée soit les $\frac{3}{10}$ de celui du poids à soulever. Pour pouvoir apprécier le rapport entre l'effort à exercer et le poids à soulever, on voit qu'il faut avoir la longueur de la manivelle et la distance de l'axe de la crémaillère à l'axe du dernier pignon. Supposons cette dernière distance de $0^m,04$, et soit $0^m,24$ la longueur de la manivelle. Alors nous aurons $\frac{P.0,24}{Q.0,04}=\frac{3}{10}$; $P=\frac{Q}{20}$; on pourra maintenir soulevé et faire monter uniformément un certain poids avec un effort équivalent à la 20e partie de ce poids.

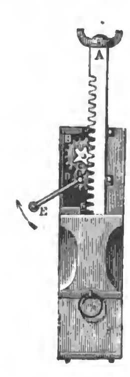


Fig. 88.

Naturellement l'influence des frottements et résistances se retrouvera dans cet appareil, comme dans ceux dont nous avons déjà parlé. Il faudra, avec le cric précédent, développer un effort plus grand ou moins grand que la 20e partie du poids résistant, suivant que le cric sera employé à monter ou à descendre uniformément un fardeau, et l'écart sera d'autant moindre que ces résistances seront moindres elles-mêmes.

107. L'établissement des treuils mécaniques et des *chèvres* em-

ployées dans les constructions, celui des puissantes grues qui servent, sur les quais ou dans les gares de chemins de fer, à opérer le chargement et le déchargement des bateaux ou wagons, est fondé exactement sur les mêmes principes, et leur effet serait évalué au moyen de la même règle. Nous indiquerons, du reste, plus tard, un moyen d'obtenir, par une observation directe et simple, cette évaluation.

Ce sont des combinaisons de treuils absolument analogues à celle qui constitue le cric, sauf que le dernier pignon actionnant la crémaillère est remplacé par un corps ordinaire de treuil, sur lequel s'enroule une corde ou chaîne passant sur une poulie, et à laquelle on suspend le fardeau à soulever; un bras oblique, ou une charpente, fixent la poulie dans une position élevée qui facilite les manœuvres.

Les deux figures ci-jointes page 98 montrent comme exemple une grue qui fonctionne dans le port de Brest, la figure 89 étant une vue d'ensemble par côté, et la figure 90 représentant, à une échelle plus grande, le mécanisme vu par derrière. Cette grue est une combinaison de quatre treuils successifs; le premier se compose de la manivelle (qui est double) et du pignon L; le second, de la roue F et du pignon E; le troisième, de la roue D et du pignon C; enfin, le quatrième, de la roue B et du corps ordinaire de treuil A, sur lequel s'enroule la corde ou chaîne. Mais une ingénieuse disposition permet de laisser sans action le second treuil lorsque le fardeau à soulever n'est pas très-considérable : sur l'axe de la manivelle se trouvent deux pignons pareils L et K, lesquels, sans pouvoir tourner sur cet axe, peuvent éprouver, au moyen du levier M, un certain déplacement dans le sens de la longueur. Dans la position où ils sont figurés, la grue est au repos; ils n'engrènent ni l'un ni l'autre, et on pourrait tourner la manivelle sans aucun effet. Si on pousse les deux pignons vers la gauche, L se trouvera en face de la roue F, et l'appareil entier se composera, comme nous l'avons dit, de quatre treuils; si on les pousse vers la droite, K reliera directement le premier treuil au troisième; le second tournera, mais à vide.

Les pignons L ou K du premier treuil ont 9 dents; sur le second, la roue F a 54 dents, le pignon E en a 9; sur le troisième, la roue D a 54 dents, le pignon C en a 11; enfin, sur le quatrième, la roue

B en a 66. D'après cela, si on suppose L engrenant avec F, c'est-à-dire l'appareil complet, le rapport du moment de la puissance qui s'exerce sur la manivelle au moment de la résistance sur le treuil doit être, pour l'équilibre, égal au produit $\frac{9}{54} \cdot \frac{9}{54} \cdot \frac{11}{66}$ ou $\frac{1}{216}$.

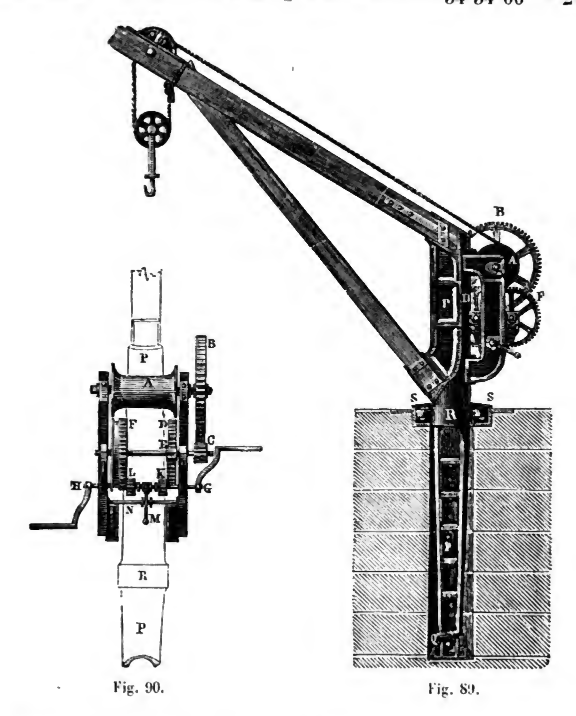


Fig. 90. Fig. 89.

Mais la résistance sur le treuil n'est ici que la moitié du poids soulevé, puisque cette résistance est la tension d'une corde qui soutient ce fardeau par l'intermédiaire d'une poulie mobile, à brins parallèles. Si donc on appelle R le bras de la manivelle, et r''' le rayon du cylindre A, qui sont les bras de levier de la puissance et de cette résistance, on aura, dans l'état d'équilibre,

$PR = \frac{1}{216} \cdot \frac{1}{2} Qr'''$ ou $PR = \frac{1}{432} Qr'''$, P et Q désignant comme précédemment la puissance et le poids à soulever. Pour avoir le rapport de P à Q, il faut connaître les longueurs du bras de la manivelle et du rayon du treuil, ou du moins leur rapport. Soit R égal à $0^m,45$, et r''' égal à $0^m,15$; alors la relation précédente deviendra $P.0,45 = \frac{1}{432} Q.0,15$ ou $P = \frac{1}{1296} Q$. Et enfin, comme il y a deux manivelles montées sur le même axe, il suffira, sur chacune d'elles, d'un effort moitié moindre, qui sera 2592 fois plus petit que le poids soulevé.

Ceci suffit à montrer comment on pourra opérer dans chaque cas; et, du reste, comme nous le disions plus haut, nous verrons plus tard (155) une méthode qui permettra d'arriver au résultat par l'observation directe, et sans même s'inquiéter de la disposition intérieure et de la constitution de la machine.

CHAPITRE VI

INSTRUMENTS DE PESAGE

108. On désigne sous le nom général de *balances* tous les instruments qui servent à déterminer le poids des corps.

Pesons à ressort. — En sorte que les ressorts ou dynamomètres dont nous avons parlé déjà (4) peuvent être appelés des balances, puisqu'on peut les employer à cet usage, comme nous l'avons expliqué. La seule observation à faire à leur sujet, c'est qu'il faut éviter de faire supporter à de pareils instruments des efforts trop considérables, qui pourraient altérer l'élasticité du ressort, et fausser, par conséquent, les résultats ; en raison même de ces altérations possibles, il est indispensable de vérifier souvent la graduation. Au reste, les pesons à ressort ne présentent jamais de suffisantes garanties d'exactitude, ou, du moins, on n'a jamais une certitude suffisante de la durée de leur exactitude. Aussi l'usage de ces instruments n'est-il pas accepté dans les transactions commerciales ; ils ne sont pas admis au contrôle officiel que doivent subir toutes les balances destinées à cet emploi.

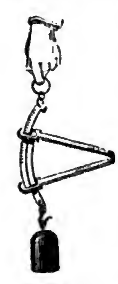


Fig. 91.

109. **Balances.** — Le nom de balance s'applique plus particulièrement à des instruments de pesée dont la construction est fondée sur l'emploi d'un levier à bras égaux.

Si on applique à un levier deux forces parallèles à égale distance du centre, il est évident que, pour l'équilibre, ces deux forces doivent être égales. En sorte que si l'une est un poids à détermi-

ner, on obtiendra sa valeur en établissant l'équilibre au moyen de poids marqués.

Afin de réaliser ces conditions fort simples en théorie, la balance se compose essentiellement d'une barre rigide, ou *fléau* AB, traversée perpendiculairement en son milieu C par un couteau d'acier qui fait saillie des deux côtés; ce couteau repose de part et d'autre sur deux petits plans disposés à cet effet au même ni-

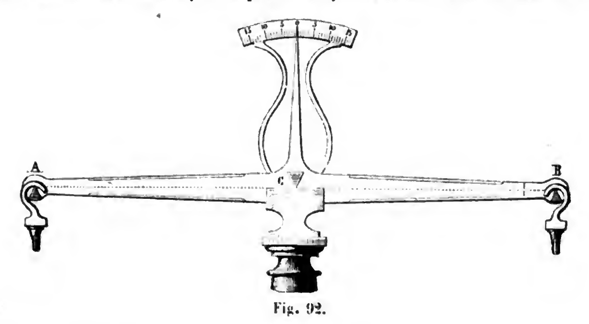


Fig. 92.

veau; son arête inférieure forme ainsi l'axe du levier. Il soutient à ses deux extrémités deux plateaux destinés à recevoir, l'un les corps à peser, l'autre les poids marqués; et, afin de bien déterminer le point d'application de chacune des deux forces, chaque plateau est soutenu par un couteau analogue au couteau C, mais tourné vers le haut. Perpendiculairement au fléau, et en son milieu, on fixe ordinairement une aiguille dont la position, devant une portion de cercle divisé, indique celle du fléau.

110. Conditions de justesse. — Pour que le poids du fléau ne vienne pas compliquer l'équilibre, on dispose les choses de manière à ce que, posé seul sur ses appuis, il se place de lui-même horizontalement; pour cela, son centre de gravité doit être sur une perpendiculaire menée par le couteau C à la ligne droite qui joint les deux points de suspension A et B, et, de plus, il doit se trouver au-dessous de cette ligne. La position horizontale est bien alors une position d'équilibre stable, puisque si le fléau est incliné en A'B' le centre de gravité G passe en G', et l'action de la pesanteur tend à le ramener où il était d'abord.

Cette condition satisfaite, il ne reste plus, pour être certain que la balance pourra fonctionner avec exactitude, qu'à vérifier l'égalité des deux distances Am et Bm, qu'on appelle les deux *bras* du fléau. Le moyen le plus simple est d'établir l'équilibre par tâtonnements entre deux poids, puis de changer de place les deux plateaux, en mettant en A celui qui était en B, et réciproquement. Si les deux bras ne sont pas égaux, l'équilibre ne subsistera plus, car au bras le plus court devait, dans la première position, correspondre un poids plus grand que l'autre, d'après la règle pour l'équilibre du levier; par conséquent, l'échange opéré doit détruire l'équilibre, puisqu'il fait correspondre le poids le plus grand au bras le plus long.

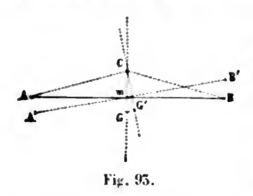


Fig. 93.

Ainsi, pour s'assurer de la justesse d'une balance, il faut lui faire subir deux épreuves : 1° on met en place le fléau seul; il doit rester horizontal; 2° après avoir établi l'équilibre par tâtonnement, on fait l'échange des plateaux, et l'équilibre doit persister. Enfin il faut s'assurer, en les pesant à part, que les deux plateaux ont isolément le même poids.

111. **Conditions de sensibilité.** — Les conditions que nous venons d'indiquer doivent être suffisamment satisfaites par toute balance, pour n'être point réputée fausse, et être acceptable commercialement parlant. Mais en les supposant remplies, une balance peut encore être plus ou moins sensible. Comme tous les instruments possibles, une balance ne fournit jamais qu'une approximation; cette approximation doit être suffisante.

Supposons la balance juste; des poids égaux s'y font équilibre. Mais le plus petit poids ajouté d'un côté devrait faire *trébucher* la balance; il n'en est pas ainsi. Sur une balance comme sur toute autre machine (103, 96, etc.), les résistances font que l'équilibre subsiste pour certaines valeurs des forces un peu en deçà et un peu au delà des valeurs indiquées par la relation théorique. C'est ce qu'on exprime ici en disant que la balance est plus ou moins *sourde* ou *paresseuse;* ainsi, telle balance pourra peser au demi-milligramme près, tandis qu'avec telle autre, qui cependant n'est pas fausse, on ne pourra apprécier un poids à moins de 1/2

gramme près. La presque totalité des balances du commerce ne paraissent justes que parce qu'elles sont trop peu sensibles pour accuser leur inexactitude. Nous n'entrerons pas ici dans de longs détails sur les conditions de sensibilité d'une balance ; il suffit de faire observer que le défaut de sensibilité tient à deux causes différentes. Il y a d'abord l'influence des résistances passives, laquelle est souvent très-grande, et qui ne peut être combattue par des soins minutieux apportés à l'exécution et aussi à l'entretien de l'instrument. Puis il y a l'influence de la stabilité plus ou moins grande de l'équilibre, c'est-à-dire de la tendance de l'appareil à garder la position horizontale, ou à la reprendre le plus vite possible quand il en est dérangé ; il est clair que cette tendance gêne et abrége les oscillations du fléau, contribuant par là à rendre la balance paresseuse. Or, cette stabilité dépend de la position du centre de gravité G du fléau (fig. 93) ; et même, lorsque les trois couteaux A, C et B sont en ligne droite, comme il arrive dans une balance bien construite (fig. 92), elle ne dépend que de cette position du point G. Il doit toujours être au-dessous du point C, sans cela l'équilibre serait instable (56), la balance serait *folle* et ne pourrait servir *. Mais plus il est bas, plus la stabilité est grande ; car, pour une même inclinaison, le moment du poids appliqué en G′ et tendant à rétablir l'horizontalité, augmente avec la distance CG. Pour que l'instrument soit sensible, il faut donc que cette distance soit très-petite, ce qui se trouve réalisé dans toutes les balances de précision.

Il est indispensable, au point de vue de la pratique, de dire que l'influence de ces deux causes augmente avec la charge de la balance ; à mesure qu'on emploie une même balance à peser des objets plus lourds, sa sensibilité diminue. D'abord, le frottement entre deux corps est d'autant plus grand que ces deux corps sont plus fortement appuyés l'un contre l'autre : donc, les mouvements éprouvent de ce côté une gêne qui augmente avec la charge. De plus, le fléau n'a jamais une rigidité absolue, et il plie d'autant plus que la charge est plus lourde. Or, quand les bras s'abaissent en fléchissant, les trois couteaux ne sont plus en ligne droite, le centre de gravité du fléau s'abaisse également, et la stabilité aug-

* Une balance folle ne peut être employée et il est *interdit* de s'en servir, parce que, si une fausse manœuvre la fait trébucher, rien n'avertit de l'erreur.

mente. On conçoit donc que, en raison de la construction de chaque balance, de la qualité de ses matériaux et du soin avec lequel ils ont été mis en œuvre, il y a, dans la charge à lui imposer, ou comme on dit, dans la *portée*, une limite qu'il ne faut pas dépasser, si l'on veut lui conserver une sensibilité suffisante. Chaque balance est établie pour une certaine portée maximum, qui doit être indiquée par le constructeur.

Le contrôle réglementaire admet qu'une balance a une sensibilité suffisante lorsque, sous sa charge maximum, elle trébuche par l'addition, à l'un des deux poids en équilibre, de la 2000e partie de l'un de ces poids. Ainsi, une balance construite pour pouvoir peser 1 kilogramme doit, ayant 1 kilogramme dans chaque plateau, trébucher si on ajoute d'un côté 1/2 gramme.

112. **Méthode des doubles pesées.** — Les conditions de justesse indiquées plus haut sont fort rarement *réalisées* avec une perfection suffisante; elles sont plus difficilement, et par suite plus rarement atteintes, que les conditions de sensibilité; et dans les circonstances où il est indispensable d'obtenir des pesées d'une grande exactitude, on doit chercher à se mettre à l'abri des erreurs résultant des défauts de l'instrument. Il y a pour cela un moyen fort simple, indiqué par Borda*. Après avoir mis dans un des plateaux le corps à peser, on l'équilibre avec une *tare*, c'est-à-dire avec des objets quelconques, sable ou grenaille de plomb, placés dans l'autre; puis on enlève le corps et on le remplace par des poids marqués, avec lesquels on établit de nouveau l'équilibre. Il est évident que, de cette manière, le poids du corps et celui des poids marqués sont absolument identiques, ayant agi tout à fait dans les mêmes circonstances : l'exactitude de la pesée se trouve ainsi indépendante des conditions de justesse; il suffira que la balance soit suffisamment sensible. Cette méthode, dite de la *double pesée*, n'a d'autre inconvénient que d'obliger à établir deux fois l'équilibre, ce qui prend deux fois plus de temps qu'une pesée ordinaire.

On peut éviter cette longueur en établissant une fois pour

* Borda (1733-1799), membre de l'Académie des sciences, fit un grand nombre de travaux importants sur l'astronomie et la science de la navigation ; il a contribué à la détermination des unités du système métrique, et particulièrement à celle du gramme.

toutes, dans un des plateaux, une tare équilibrant un poids connu, 500 grammes, par exemple. Alors, quand on veut peser un corps, on le place de l'autre côté, et on ajoute ce qu'il faut de poids marqués pour établir l'équilibre. Soit, par exemple, $137^{gr},5$ ce poids complémentaire; il signifie qu'il manque $137^{gr},5$ au poids du corps pour faire 500 grammes; ce poids est donc $362^{gr},5$. On a ainsi, en faisant trébucher une seule fois la balance, toute l'exactitude de la double pesée, pour tous les corps pesant moins de 500 grammes.

113. Balance à plateaux supérieurs. — On rencontre maintenant très-fréquemment une forme de balance qui a le mérite de n'être point encombrante, et de présenter des plateaux dégagés de toute suspension. C'est la balance à plateaux supérieurs, dite *balance de Roberval*.

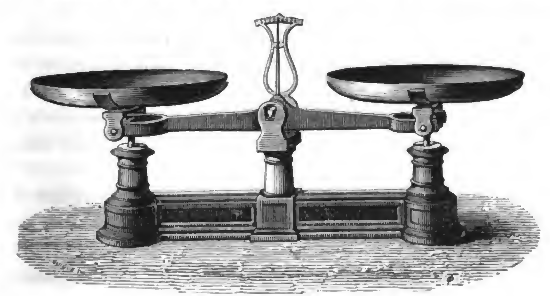


Fig. 94.

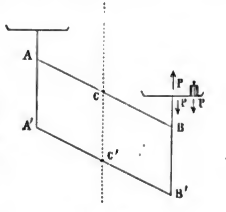


Fig. 95.

Cette balance se compose d'un fléau AB, aux deux extrémités duquel se trouvent articulées deux tiges portant des plateaux à leurs extrémités supérieures. Ces deux tiges sont maintenues constamment verticales, quelle que soit l'inclinaison du fléau AB sur son couteau *c*, au moyen d'un autre fléau A'B', mobile autour de son milieu *c'*, tout pareil au premier et formant avec lui les deux côtés opposés d'un parallélogramme; les figures A*c*A'*c'*, B*c*B'*c'*, étant aussi des parallélo-

grammes, les tiges latérales AA′ et BB′ sont toujours verticales, de même que *cc′*.

Il est facile de voir, dès lors, que des poids égaux placés dans les deux plateaux s'y feront équilibre. La chose serait évidente pour deux poids agissant directement sur les extrémités des tiges verticales. Or, un poids *p*, posé en un point quelconque du plateau A, produit exactement le même effet que s'il était appliqué sur l'extrémité de la tige. En effet, si on imagine deux forces égales à *p*, agissant suivant cette tige en sens opposés, l'action du poids *p* se trouve identiquement remplacée par celle d'une force toute pareille agissant dans la verticale BB′, jointe à celle d'un couple qui tend à produire un mouvement de bascule. Mais ce mouvement est impossible puisque BB′ reste toujours verticale : il est donc indifférent que le poids *p* agisse en un point quelconque du plateau, ou bien en son centre, et on pourra opérer une pesée avec cette balance absolument comme on le ferait avec une balance ordinaire à plateaux suspendus.

La balance à plateaux supérieurs, telle que nous venons de la décrire dans sa forme la plus simple, est ordinairement très-peu sensible, à cause des frottements qu'elle présente; mais elle a un inconvénient bien plus grave, qui peut en fausser complétement les indications. En réalité, la situation occupée par un objet dans le plateau a une influence parfois notable sur l'effet qu'il produit sur la balance. Un essai bien simple, et qui réussira presque toujours avec les balances du commerce, suffit à le montrer clairement.

Qu'on place deux poids égaux, un peu lourds, aux centres des deux plateaux, ils se feront équilibre; qu'on les pousse tous les

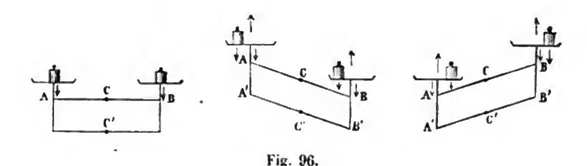


Fig. 96.

deux vers la gauche, celui qui est placé dans le plateau B situé à droite, l'emportera; qu'on les pousse tous deux vers la droite, celui qui est dans le plateau A l'emportera à son tour.

Cela tient à ce que le milieu c' du fléau inférieur, censé absolument fixe, ne l'est jamais en réalité ; il a toujours un peu de jeu sur l'appui fixe qui le soutient. Lorsqu'un poids est placé sur la gauche d'un plateau, il donne lieu, comme nous disions plus haut, à un couple ; mais ce couple n'est réellement pas sans effet, comme nous le disions aussi ; il déplace quelque peu sur la droite ce fléau ; le bras $c'B'$ devient un peu plus long que l'autre, et le poids situé dans le plateau B l'emporte.

On conçoit le peu de sécurité que doit inspirer un instrument dont l'usage peut trop souvent offrir de semblables irrégularités.

M. Béranger, de Lyon, construit depuis quelques années des balances à plateaux supérieurs exemptes du grave défaut que nous venons de signaler, parce que la verticalité des tiges latérales y est mieux assurée. Le fléau inférieur n'existe plus, et chaque tige est implantée dans une sorte de plate-forme horizontale, qui monte et descend suivant les mouvements de la moitié correspondante du fléau, à laquelle elle est reliée absolument comme le tablier d'une balance-bascule (voir ci-après) est relié au levier, et de même avec l'emploi d'un levier auxiliaire.

114. **Romaine.** — La *romaine* est un simple levier suspendu à

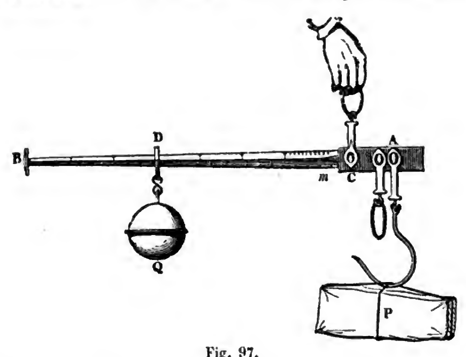


Fig. 97.

un anneau C ; d'un côté un poids constant Q est accroché à un curseur D pouvant glisser le long de la tige CB ; à l'autre extrémité A est disposé un crochet. On y suspend le corps à peser, puis on

cherche, par tâtonnement, où il faut placer le poids Q pour établir l'équilibre; alors, de la proportion AC : DC :: Q : P on peut évidemment déduire la valeur de P. Comme la longueur AC et le poids Q sont constants tous deux, on voit que le poids P varie proportionnellement à la distance DC. Si on a déterminé, par un essai préliminaire, la distance où il faut placer le contre-poids pour équilibrer 1 kilogramme, il suffira de porter plusieurs fois cette longueur à la suite d'elle-même pour avoir les distances correspondant à 2 kilogrammes, 3 kilogrammes, etc.; on subdivisera ensuite chacun de ces intervalles en 10 parties, ce qui permettra d'apprécier les hectogrammes, et ainsi de suite.

Les romaines faites pour peser 20 à 25 kilogrammes portent ordinairement des divisions qui correspondent à des nombres entiers de kilogrammes; on apprécie les fractions en estimant à l'œil la position du curseur entre deux divisions.

115. Il faut remarquer que plus haut nous n'avons tenu aucun compte du poids de l'appareil. Nous avons supposé par là même que l'influence de ce poids était absolument détruite par la résistance de l'axe, autrement dit, que le centre de gravité était situé dans la verticale du couteau de suspension. On dispose ordinairement les choses pour qu'il en soit ainsi; cependant, si cela n'était pas, on chercherait le point où il faut placer le curseur pour équilibrer l'appareil seul; là serait le zéro de la graduation; on achèverait ensuite exactement de la même manière*.

Pour qu'une romaine puisse prendre une position d'équilibre stable sans sa charge, et, par conséquent, pour qu'elle soit *oscillante*, il faut que l'arête du couteau de suspension C se trouve audessus de la ligne qui joint le couteau A avec le crochet du curseur D. Autrement, la résultante des deux poids P et Q aurait son

* En effet, supposons que le centre de gravité se trouve du côté du crochet, et soit m le point où il faut placer le poids Q pour établir l'équilibre à vide : le moment Q.mC est égal à celui du poids de l'instrument. Quand on accroche un objet P en A, le moment de ce poids s'ajoute au sien, et pour l'équilibre il faut que leur somme soit égale au moment de la force Q (31); on a donc P.AC + Q mC = Q.DC ou P.AC = Q. (DC — mC), c'est-à-dire P.AC = Q.mC; le point m est donc le zéro de la division. Le raisonnement se ferait de même si le centre de gravité tombait de l'autre côté, le point m serait seulement à droite de C, et le moment Q.mC s'ajouterait à celui du curseur Q, au lieu de s'ajouter à celui du poids P.

point d'application au-dessus de ce couteau; on ne pourrait obtenir qu'un équilibre instable. L'usage d'une romaine non oscillante est interdit, parce qu'il suffit d'une fausse manœuvre qui l'ait fait trébucher pour qu'elle reste inclinée, sans que rien avertisse de l'erreur.

Les romaines même bien construites sont toujours peu sensibles; leur usage est autorisé quand, sous leur charge maximum, elles trébuchent pour un excès de poids égal au 500e de la pesée que l'on fait. Leur emploi est souvent commode, surtout pour les poids considérables dont l'estimation a rarement besoin d'être précise; on a construit des romaines pouvant servir à peser jusqu'à 30 tonnes.

116. **Peson**. — On emploie quelquefois, à cause de la rapidité de la manœuvre, ce qu'on appelle un *peson*. C'est un levier coudé, dont la plus grande branche est assez lourde pour faire d'elle-même contre-poids. A la plus courte, on suspend le corps à peser, et l'inclinaison du système, quand après quelques oscillations il est arrivé à l'équilibre, indique immédiatement quel est son poids.

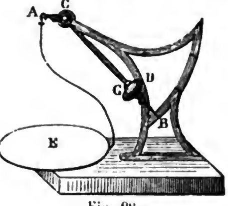


Fig. 98.

Quel que soit, en effet, le poids suspendu en A, il y aura toujours une position d'équilibre; car, à mesure que la branche AC s'incline, le moment du poids suspendu en A diminue, puisque la verticale du point A se rapproche de celle du point C; et le moment du poids de la tige CB, appliqué en son centre de gravité G, augmente par la raison inverse; il y aura donc une position pour laquelle ils seront égaux.

Il ne serait pas difficile de déterminer comment varie l'inclinaison de l'instrument avec le poids suspendu en A. Mais, dans la pratique, c'est par l'expérience, et en suspendant des poids marqués, qu'on effectue la graduation. Au reste, ces instruments ne sont pas susceptibles d'une grande précision. En raison, néanmoins, de la facilité d'effectuer une pesée très-rapidement et à la simple vue, on s'en sert dans quelques industries, notamment dans la filature, où le numérotage des diverses sortes de fil a lieu d'après le poids d'une longueur déterminée.

117. **Balance-bascule.** — On rencontre très-fréquemment dans les ateliers, dans les gares de messageries ou de chemins de fer, la balance dite *bascule*, qui est une combinaison de leviers, ou, si l'on veut, une modification très-ingénieuse de la romaine.

La pièce principale est un levier LMN, mobile autour du point M, et soutenant d'un côté, en N, un plateau de balance, de l'autre

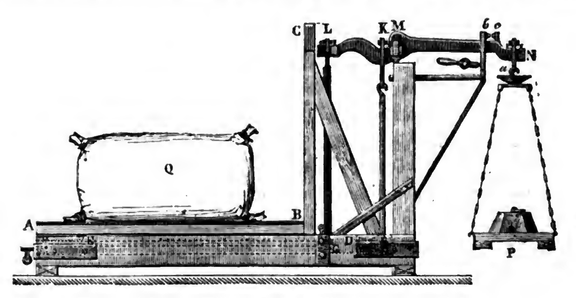


Fig. 99.

une large plate-forme AB, destinée à recevoir les corps à peser; ce qu'il y a de particulier dans cet appareil consiste uniquement dans le mode de liaison de cette plate-forme avec la partie LM du levier.

Elle s'accroche d'abord par la pièce CD, qui fait corps avec elle, à la tringle KH, qui descend verticalement du point K, situé au 5e de la longueur ML. Puis elle repose, par un couteau transversal E, sur une plaque triangulaire FG faisant office de levier, mobile autour de sa base F dont le support est fixe, tandis que le sommet G est soutenu par la tringle GL; la distance EF est le 5e de la longueur FG du levier inférieur.

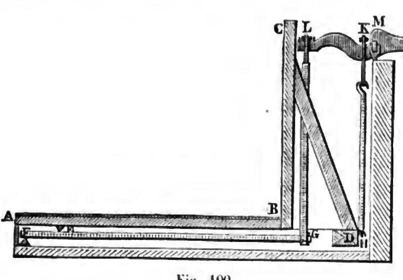


Fig. 100.

De ce mode de liaison entre les deux leviers FG et LM résulte d'abord que, lorsque le levier LM s'abaisse ou se relève, le tablier AB se meut en conservant une horizontalité parfaite*; car le couteau E éprouve un déplacement 5 fois moindre que celui de G, ou celui de L; donc son déplacement est le même que celui du point K ou celui de H; ainsi les supports E et H du tablier montent ou baissent tous deux de quantités égales. Il en résulte encore que, dans l'état d'équilibre, un effort exercé en E sur le levier FG équivaut à un effort 5 fois plus petit, exercé en G ou en L, sur le levier LM; mais un effort exercé en L équivaut à un effort 5 fois plus grand en K; donc, lorsque le levier FG est sollicité en E par un certain poids, l'effet qui en résulte pour le levier LM est celui d'un poids égal agissant en K.

Maintenant, lorsqu'un objet est posé sur le tablier AB, son poids se décompose entre les deux points d'appui E et H; la partie de ce poids appliquée en H agit directement en K sur le levier supérieur, et nous venons de voir que l'autre partie, appliquée en E, produit exactement le même effet que si elle était appliquée en ce même point. Donc, l'effet du poids total sur le levier LMN est le même que si ce poids agissait tout entier en K; autrement dit, tout se passe comme si le tablier AB était suspendu en K. Dès lors, si, comme cela a lieu d'habitude, MK est la dixième partie de MN, il suffira, pour effectuer une pesée, d'établir l'équilibre avec des poids marqués placés dans le plateau, et de multiplier par 10 le poids ainsi trouvé.

118. **Ponts à bascule**. — Les instruments d'une grande puissance qui servent à peser les voitures ou wagons chargés sont des combinaisons de leviers agissant les uns sur les autres, et, par conséquent, analogues aux bascules. Voici une construction qui a été fréquemment employée.

Deux plans inclinés triangulaires pareils *abe* et *cfd* sont mobiles autour de leurs côtés *ab* et *cd*, qui sont solidement appuyés; ils forment donc leviers; les deux sommets *e* et *f* reposent sur une barre transversale *ef*, qui fait partie d'un levier *nm*, mobile autour du couteau *n* et soutenu à l'autre bout par le triangle *qm* : cette tringle elle-même s'accroche au fléau d'une romaine *qrp*. Sur les

* C'est ceci qui a été mis à profit dans la construction des balances à plateaux supérieurs, système Béranger, dont nous parlions plus haut.

deux plans inclinés s'appuie, en quatre points symétriquement distribués $a' b' c' d'$, une plate-forme ou tablier, sur lequel vient s'arrêter la voiture qu'il s'agit de peser. L'ensemble du mécanisme est placé dans une fosse, très-peu profonde d'ailleurs ($0^m,50$ suffisent), afin que le tablier se trouve de niveau avec la route; l'extrémité supérieure de la tige mq et la romaine sont seules visibles à l'extérieur.

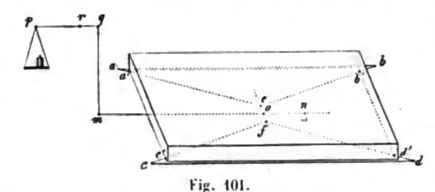


Fig. 101.

Un poids, agissant sur le tablier, tend à abaisser les sommets e et f des deux leviers triangulaires, à abaisser le point o, et avec lui le point m; à relever, par conséquent, le plateau p de la romaine. Les poids placés dans ce plateau agissant en sens inverse, l'équilibre est donc possible. Supposons que aa' soit la 10e partie

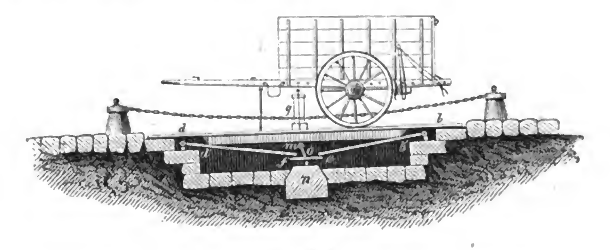


Fig. 102.

de ae, que on soit le 5e de nm, que rq soit la moitié de pr. Un poids, agissant en a', fait le même effet, pour l'équilibre, qu'un poids 10 fois moindre en e, et les quatre pressions agissant en a', b', c', d', formant le poids total à obtenir (47), équivalent donc à un poids 10 fois moindre en o. Mais ce poids, déjà réduit au dixième, équivaut à un poids 5 fois moindre en m, ou bien en q, lequel sera tenu en équilibre par un poids 2 fois plus petit mis dans le plateau de la romaine. Il suffit donc de 1 kilogramme, déposé dans ce plateau, pour équilibrer 100 kilogrammes agissant sur le ta-

blier; avec un poids de 50 kilogrammes, on pourra faire une pesée de 5000 kilogrammes.

Toute la justesse d'un semblable instrument tient à l'exactitude des proportions relatives entre les longueurs des différents leviers. De plus, comme il est destiné à supporter de très-lourds fardeaux, il faut avoir soin que les leviers soient très-forts, et les couteaux, ainsi que les coussinets en acier fondu, trempé très-dur.

119. **Bascule romaine de M. Béranger.** — M. Béranger, dont nous avons déjà prononcé le nom, construit des bascules qui sont aujourd'hui très-répandues. C'est une imitation à peu près exacte de l'appareil que nous venons de décrire, sauf les dimensions, qui naturellement sont plus petites.

Dans la figure précédente représentant le pont à bascule, imaginons les deux triangles venant se rejoindre de manière que les deux points *e* et *f* soient confondus avec le point *o*, le triangle *dcf* venant s'appuyer sur l'autre; puis, qu'on suppose le côté *bo* prolongé, faisant l'office du levier *mn*, passant par-dessous l'autre triangle, et venant s'articuler directement avec la tringle *mq*, on aura la bascule de M. Béranger. Le tablier repose de la même façon sur les deux plans inclinés : mais la tringle *mq* se trouve, vers l'un des angles, au lieu d'être au milieu d'un côté, de sorte qu'on a pu disposer le fléau de la romaine parallèlement à l'un des côtés du tablier, ce qui rend l'instrument moins encombrant. En supposant *aa'* la 5ᵉ partie de *ao*, puis *bo* égal à la moitié de *bm*, on voit que le poids déposé sur le tablier équivaut à un poids 5 fois moindre en *o*, ou à un poids 10 fois moindre en *m* ou en *q*. Si donc le bras *qr* de la romaine est ici 10 fois plus petit que l'autre, le rapport

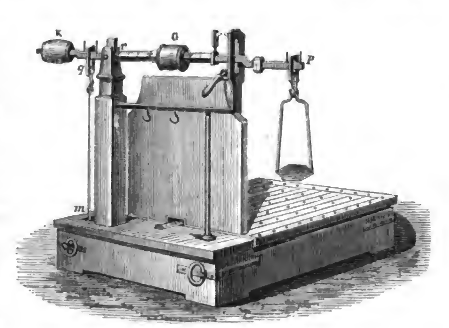


Fig. 103.

des poids en équilibre sera encore de 1 à 100. Au reste, la romaine est ici pourvue d'un poids curseur, et jusqu'à 100 kilogrammes il est inutile de mettre des poids dans le plateau ; un contre-poids permet d'assurer l'horizontalité du fléau quand la bascule est à vide.

120. Les bascules, en général, doivent, pour être recevables, avoir une sensibilité de 1 millième de la pesée maximum à laquelle elles sont destinées.

CHAPITRE VII

TRAVAIL MÉCANIQUE D'UNE FORCE

121. Si on examine les conditions mécaniques dans lesquelles s'effectue ce qu'on appelle dans le langage ordinaire un travail matériel, quel qu'il puisse être d'ailleurs, il sera facile de reconnaître que l'idée de travail entraîne nécessairement celle de résistance vaincue ; et une résistance vaincue signifie une force résistante surmontée, de telle sorte que le point d'application de cette force soit entraîné dans le sens opposé à sa direction. Qu'un portefaix monte un fardeau, il travaillera, et il aura surmonté l'action de la pesanteur. Qu'un ouvrier fende, scie ou rabote du bois ; qu'un forgeron batte ou lime le fer, que le laboureur ouvre son sillon, ils auront surmonté la force de cohésion des molécules du bois, du métal, de la terre ; ces molécules auront été disjointes et entraînées malgré cette cohésion. Et même là où l'objet principal ne consiste pas à surmonter l'effet d'une force, comme par exemple lorsqu'il s'agit, non plus de monter, mais de déplacer horizontalement un corps pesant, il y a encore des résistances accessoires, frottements, etc., qu'il faut vaincre ; et ce sont justement alors ces résistances même qui donnent lieu au travail, lequel n'existerait pas sans elles.

Ainsi les deux éléments qui constituent un travail sont, d'une part, l'existence d'une résistance à vaincre, et, par suite, d'un effort à faire ; et de l'autre, un déplacement du point qui présente cette résistance. Et ces deux éléments sont également indispensables : un cheval ne produirait pas plus de travail en courant attelé devant une voiture lancée par d'autres forces à toute la vi-

tesse dont il est capable, qu'en tirant sur un pieu solidement enfoncé en terre; dans les deux cas il se fatiguera, mais sans produire d'effet directement utile. De même, un homme n'effectuerait aucun travail en soutenant simplement, sans le déplacer, un lourd fardeau, comme pourrait faire un support quelconque; et si, dans quelques circonstances exceptionnelles, un pareil office peut avoir momentanément son utilité, il ne viendra à l'idée de personne d'en faire l'occupation régulière d'un ouvrier.

Ceci bien entendu, il est évident que le travail effectué *sur* une force résistante est d'autant plus grand que cette résistance est elle-même plus grande. Si, par exemple, on doit élever un fardeau à une certaine hauteur, le travail nécessaire deviendra double ou triple si le poids devient double ou triple; *pour un même déplacement, le travail effectué sur une force est proportionnel à cette force.* De même, *pour une même résistance, ce travail sera proportionnel au déplacement;* si un même poids doit être élevé à une hauteur double ou triple, le travail nécessaire sera visiblement double ou triple.

On voit que le *travail* n'est ni une force, ni un mouvement; c'est une grandeur de nature particulière, résultant de la coexistence d'une force avec un déplacement, et qui doit servir à l'évaluation de l'effet des forces, et même à la fixation de la valeur en argent de cet effet. Il faut donc choisir d'abord une unité de travail, et montrer ensuite comment on arrive à la mesure du travail effectué sur une force ou par une force quelconque.

122. **Unité de travail, mesure d'un travail.** — Tout travail mécanique est de même nature que l'élévation d'un poids; car, lorsqu'un poids est élevé, l'effet est bien un déplacement du point d'application d'une force en sens contraire de sa direction. Et, de plus, toute force, dans quelque direction qu'elle agisse, peut être remplacée par un certain poids (5); on peut donc prendre l'élévation d'un poids pour terme de comparaison.

On prend pour unité de travail, le travail effectué en élevant de 1 mètre un poids de 1 kilogramme, ce qui est exactement la même chose que le travail effectué en surmontant, sur toute une longueur de 1 mètre, une résistance constamment équivalente à 1 kilogramme. Cette unité se nomme *kilogrammètre* (sa désignation abrégée est kgm).

Dès lors, si une résistance équivaut à F^{kg}, et si son point d'application est déplacé dans le sens opposé à sa direction d'une longueur f mètres, le travail effectué sur cette résistance par la force employée à la vaincre est Ff kilogrammètres. Car ce travail serait 1^{kgm} si la résistance était 1^{kg} et le déplacement 1^{m}. Donc, d'après ce qui a été dit plus haut, il serait F^{kgm} si la résistance était F^{kg} et le déplacement 1^{m}; il sera Ff^{kgm} si la résistance est F^{kg} et le déplacement f^{m}.

123. La quantité Ff^{kgm} désigne à la fois le travail *moteur* développé sur la résistance par la force employée à la surmonter, et le travail *résistant* effectué *par* cette résistance vaincue *sur* la force employée à la surmonter. La distinction d'un travail moteur, qu'on désigne souvent par la notation T_m, et d'un travail résistant T_r, résulte seulement de ce qu'un travail moteur donne lieu à un déplacement dans le sens de la force, tandis que dans un travail résistant le déplacement a lieu en sens inverse de la direction de la force qui résiste. Par exemple, si on place sur une planche, à 2 mètres de hauteur, un poids de 4 kilogrammes qui était à terre, le travail effectué a été de 8 kilogrammètres. On a effectué un travail *moteur* de 8^{kgm} sur la pesanteur, et cette pesanteur a effectué un travail *résistant* de 8^{kgm} sur la force qui a déterminé l'élévation du poids.

Une même quantité de travail peut être employée à surmonter des résistances de grandeurs très-différentes; par exemple, pour soulever 10^{kil} à 12^{m}, il faut dépenser un travail de 120 kilogrammètres; la même quantité de travail pourrait être employée à soulever 40^{kil} à 3^{m}, ou 120^{kil} à 1^{m}. Car monter 10^{kil} à 12^{m} de haut, c'est soulever successivement 4 fois de suite 10^{kil} à 3^{m}; et d'ailleurs, monter 4 fois 10^{kil} à 3^{m} est absolument le même ouvrage qu'y monter en une seule fois 40^{kil}. Ainsi on dépense la même quantité de travail en montant 10^{kil} à 12^{m}, qu'en montant 40^{kil} à 3^{m}. Comme nous le verrons plus tard, le but principal de l'emploi des machines est précisément d'opérer, sur une même quantité de travail, des transformations de ce genre, de manière à la rendre susceptible d'être, suivant le cas, dépensée contre des résistances plus ou moins grandes.

124. **Travail pour un déplacement oblique à la direction de la force.** — Nous avons jusqu'ici supposé, quoique nous ne

l'avons pas dit explicitement, que le déplacement du point qui présentait une résistance avait lieu précisément dans la direction opposée à celle de cette force résistante; par exemple, en disant que le travail nécessaire pour élever un point P à la hauteur h s'évaluait en faisant le produit du poids P par la longueur h du chemin parcouru, on supposait que ce poids était soulevé verticalement. Or il est évident que, presque toujours, il n'en sera pas ainsi. Mais il est bien facile de voir que, dans tous les cas, il ne faut prendre pour déplacement, au point de vue de l'évaluation du travail effectué sur une résistance, que le déplacement dans le sens de cette force. Car, si on doit monter un fardeau à une certaine hauteur, par exemple du sol au dernier étage d'un édifice, peu importe, au point de vue du résultat, qu'on l'y monte verticalement avec une corde, ou bien qu'on l'y monte par une rampe inclinée, ou par un escalier tournant; la longueur absolue du chemin parcouru n'a donc aucun intérêt au point de vue du travail définitivement effectué; il n'y a lieu de considérer ici que la différence de niveau, c'est-à-dire le chemin fait dans le sens opposé à celui de la résistance. C'est, du reste, ce qu'on peut voir d'une manière générale comme il suit.

Soit M un corps sur lequel agit une force dont la direction est MO et la valeur P^{kil}; son action pourrait se remplacer par celle d'un poids P, suspendu à un cordon en MOP passant O sur une petite poulie. Par une cause quelconque, par exemple par suite d'une vitesse acquise, le corps se déplace de M en M'; la force n'a pas changé de direction, mais nous pouvons dire que sa direction est encore M'O, en supposant

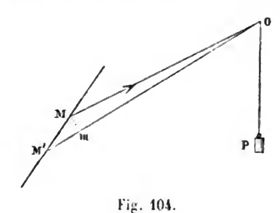


Fig. 104.

la poulie O placée très-loin, auquel cas MO et M'O ne font qu'un angle très-petit et peuvent être regardées comme parallèles. Puisque le poids P remplace exactement la force, le travail de l'un est la même chose que le travail de l'autre. Le cordon MOP n'a pas changé de longueur, et le déplacement MM' de l'un de ses bouts a dû faire monter l'autre, où est le point P, d'une longueur égale à l'excès de M'O sur MO, ou bien de M'm, en traçant, dans le très-

petit angle MOM′, un arc de cercle qu'on peut confondre avec une perpendiculaire à la direction commune de MO et M′O. Le travail résistant de la force en M est donc égal à celui de la pesanteur en P, ou P.M′*m*; c'est-à-dire que son expression est le produit de la force par le déplacement dans le sens de cette force.

Au lieu de remplacer le déplacement effectif par celui qui a lieu dans le sens de la force, on pourrait remplacer la force par sa composante dans le sens du déplacement. Décomposons la force P suivant la direction de MM′ et la direction perpendiculaire; soit P′ sa première composante : au lieu de dire que le travail effectué sur la force P est P.M′*m*, on peut dire qu'il est P′.MM′. Cela revient exactement au même; car, en comparant les deux triangles semblables P′M′P et MM′*m*, on obtient P′ : P :: M′*m* : MM′, et, par conséquent, les deux expressions ont la même valeur.

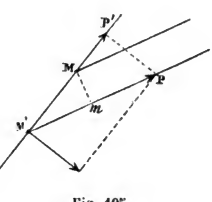


Fig. 105.

Ainsi, *lorsque le déplacement est oblique à la direction de la force, le travail effectué a pour mesure*, ou bien *le produit de la force par le déplacement estimé dans le sens de la force*, ou bien *le produit du déplacement tout entier par la force estimée dans le sens de ce déplacement.*

Si le déplacement fait comme ici un angle obtus avec la direction dans laquelle tire la force, cette force a effectué un travail résistant; ce déplacement a eu lieu malgré sa résistance. Si l'angle est aigu, comme cela aurait lieu si le mouvement se faisait de M′ en M au lieu de se faire de M en M′, on dira que le travail de la force est un travail moteur.

Si, enfin, le déplacement a lieu perpendiculairement à la direction de la force, il n'y a aucun travail effectué; car il n'y a aucun chemin parcouru ni dans le sens de la force, ni en sens contraire. C'est aussi ce que la figure ci-dessus montre immédiatement, puisque si le corps se déplaçait de M en *m*, MO étant de même longueur que *m*O, le poids P resterait immobile. Ainsi un déplacement constamment perpendiculaire à la direction d'une force ne donne lieu à aucun travail sur cette force, ni à aucun travail de cette force. La résistance d'une barre dont un bout est fixé par un

anneau ne gêne en rien un déplacement transversal de l'autre bout. La force centripète nécessaire à l'existence d'un mouvement circulaire ne contribue à produire ni une accélération de ce mouvement, comme cela aurait lieu si elle effectuait un travail moteur en agissant dans le sens du mouvement, ni un ralentissement, comme il arriverait si elle effectuait un travail résistant; c'est pour cela que, lorsqu'elle agit seule, le mouvement est uniforme; son seul effet est de le rendre circulaire.

C'est encore ce qui a lieu pour la pesanteur quand on déplace un corps horizontalement; elle ne produit aucun travail, ni moteur ni résistant, c'est-à-dire qu'elle n'est ni une aide ni une gêne; et c'est pour cela que le transport horizontal d'un corps pesant n'exige aucune dépense de travail mécanique. Ceci semble, au premier abord, contredit par notre expérience de tous les jours; mais on reconnaît bien vite, en y réfléchissant, que si dans la réalité pratique le transport des fardeaux exige effectivement une dépense de travail, ce travail est effectué, non pas sur la pesanteur et parce que le corps est plus ou moins pesant, mais bien sur les résistances accessoires qui accompagnent ce transport horizontal. La preuve en est que la quantité de travail nécessaire pour opérer le transport d'un certain poids à une distance déterminée dépend uniquement du mode de transport. Supposons qu'on veuille transporter une pierre pesant 100 kilogrammes à 1 kilomètre de distance. Si on doit la traîner sur un sol uni, il faudra exercer un effort constant de 40 kil., et ainsi faire une dépense de travail de 40000 kgm.; si cette pierre est placée sur une voiture, l'effort à exercer sera 4 kil., et le travail total 4000 kgm.; si la voiture est placée sur des rails, l'effort sera 1 kil., et le travail 1000 kgm.; enfin, si la pierre est transportée par eau, il pourra suffire de 25 kgm. et moins encore peut-être.

125. **Travail effectué sur une résistance variable.** — Nous avons toujours supposé que la résistance était constante en grandeur et en direction pendant toute la durée du travail. S'il n'en est pas ainsi, on partagera cette durée totale en portions assez petites pour qu'on puisse admettre que, pendant chacune d'elles, l'intensité ni la direction n'ont éprouvé de changements appréciables; en ajoutant les diverses quantités de travail effectuées, évaluées séparément, on aura le travail total. Naturellement, plus

seront rapprochés les instants où on aura observé l'espace parcouru et la valeur de la force, plus sera grande l'approximation obtenue.

Prenons un exemple : considérons la pression exercée sur le piston dans une machine à vapeur pendant une course de ce piston d'un bout à l'autre du cylindre ; dans les circonstances habituelles, cette pression n'est point constante. Au moyen d'un instrument dans la description duquel nous n'avons pas besoin d'entrer ici, on parvient à observer la valeur de cette pression pour chacune des positions successives qu'occupe le piston ; la course totale est $0^m,726$, et le diamètre du cylindre est $0^m,40$. On a partagé cette course en 20 parties égales, chacune de $0^m,0363$, et déterminé quelle est la pression lorsque le piston a successivement achevé de parcourir chacun de ces vingtièmes ; comme l'instrument fournit directement la pression par centimètre carré, nous calculerons d'abord le travail par centimètre carré, et une multiplication donnera ensuite le travail total. La pression par centimètre carré reste constamment égale à 4,130 kil. pendant les 10 premiers vingtièmes de la course, et devient ensuite successivement après chacun des vingtièmes suivants :

3,82 3,20 2,69 2,38 2,07 1,86 1,65 1,44 1,34 1,14 kilogr.

Le travail effectué dans les 10 premiers vingtièmes est donc 10.4,130.0,0363, ou. 41,30.0,0363

Les travaux effectués pendant les vingtièmes suivants sont approximativement :

pour le 11ᵉ.	3,82.0,0363
— 12ᵉ.	3,20.0,0363
— 13ᵉ.	2,69.0,0363
— 14ᵉ.	2,38.0,0363
— 15ᵉ.	2,07.0,0363
— 16ᵉ.	1,86.0,0363
— 17ᵉ.	1,65.0,0363
— 18ᵉ.	1,44.0,0363
— 19ᵉ.	1,34.0,0363
— 20ᵉ.	1,14.0,0363

Le travail total est donc. 62,89.0,0363

ou 2,2861 kilogrammètres par centimètre carré.

Or, la surface totale du piston est $\frac{\pi}{4}.\overline{0,40}^2$ ou 1256 centimètres carrés; par conséquent, le travail effectué sur le piston tout entier pendant sa course est donc 2,2861.1256 ou 2871 kilogrammètres.

Il est bon de remarquer que la division de la course en parties *égales* a donné lieu ici à une simplification de calcul qui pourra bien ne pas se présenter toujours; mais la marche n'en reste pas moins la même.

On emploie fréquemment une représentation graphique de ces quantités de travail.

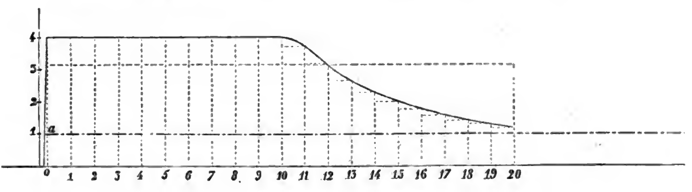


Fig. 106.

Supposons que sur une ligne *ob* on ait pris une longueur égale à la course du piston ou représentant cette course à une certaine échelle, ici au 10ᵉ, et qu'on l'ait partagé en 20 parties égales. En chacun des points de division on a élevé une perpendiculaire dont la longueur représente la pression correspondant à ce point de la course. Si on construit les rectangles ayant pour bases les parties successives de la course, et pour hauteurs les pressions correspondantes, il est évident que chaque travail partiel sera représenté par la surface de l'un de ces rectangles, et le travail total par leur somme. Si *oa* représente 1 kilogramme de pression et *ob* 1 mètre de course, le rectangle *oabc* représentera 1 kilogrammètre, et il y aura autant de kilogrammètres dans ce travail total que la somme des rectangles contiendra de fois la surface de ce rectangle. Ici, par exemple, $oa = 0^m,005$, et $ob = 0^m,1$; $oabc = 5$ centimètres carrés; ce sera la surface à laquelle il faudra comparer la surface représentant le travail total pour avoir sa valeur en kilogrammètres.

En faisant passer une courbe continue par les extrémités des perpendiculaires successives, cette courbe, qu'on appelle souvent la *courbe du travail*, montrera comment la production ou la con-

sommation du travail se répartit sur les différentes portions de la course; et la somme des rectangles calculés plus haut n'est autre chose qu'une valeur approximative de la surface contenue dans son intérieur, surface qui représenterait exactement le travail total si cette courbe était tracée avec une exactitude rigoureuse. Les diverses perpendiculaires ou *ordonnées* correspondant à ses différents points représentent les pressions dans les différentes positions du piston; et c'est précisément en traçant mécaniquement cette courbe que l'instrument dont nous parlions plus haut fait connaître ces pressions. Sa considération fournit souvent des indications utiles dans la pratique.

126. **Transformation du travail moteur en travail disponible.** — Dans un grand nombre de circonstances, il arrive que le travail moteur effectué sur une résistance n'est point par là dépensé, parce que la force résistante est capable de devenir elle-même force motrice et de reproduire une quantité de travail égale à celle qui a été primitivement effectuée. Ainsi, par exemple, on a employé une certaine quantité de travail à élever un poids; si l'élévation de ce fardeau est le but final qu'on se proposait, le travail effectué sur la pesanteur est bien dépensé. Mais si on laisse redescendre ce poids sous l'influence de la pesanteur, devenue alors force motrice au lieu d'être force résistante, on comprend bien que ce poids sera capable d'effectuer un certain ouvrage, comme de remonter un autre poids, de faire tourner des rouages, etc. De même, si on a employé une certaine quantité de travail à bander un ressort, l'élasticité de ce ressort, qui a été d'abord une résistance, est susceptible de devenir à son tour une force motrice, et le ressort, en se débandant, pourra effectuer un ouvrage et surmonter une résistance. On voit donc que, dans ces cas-là, le travail moteur effectué par la pesanteur quand le poids redescend, ou par le ressort quand il se débande, peut être regardé comme le même travail moteur employé primitivement à élever le poids ou à comprimer le ressort; c'est en quelque sorte une transformation de ce travail primitif. C'est ainsi que le travail dépensé journellement à faire mouvoir les rouages d'une horloge, d'une pendule de cheminée ou d'une montre, n'est autre chose que la reproduction lente des différentes portions du travail qui a été employé en une seule fois à *monter*, comme on dit,

l'horloge, la pendule ou la montre; il y a eu simple transformation de ce travail, en même temps qu'il y a eu appropriation à un but spécial.

Et on est d'autant mieux fondé à voir là une simple transformation, que la quantité même du travail n'en est point altérée; le nombre de kilogrammètres que peut effectuer la résistance primitive devenue force motrice est justement égal au nombre de kilogrammètres effectué sur cette résistance. Par exemple, on a monté un poids de 10 kilogrammes à 4 mètres; il a fallu 40 kilogrammètres de travail moteur effectué sur la pesanteur, dont l'action a donné lieu à 40 kilogrammètres de travail résistant. Lorsque ce poids sera libre de redescendre, la pesanteur, en le ramenant au point où il était d'abord, produira encore 40 kilogrammètres de travail, moteur cette fois, qu'on pourra employer à effectuer un ouvrage de même valeur. Lorsqu'on élève un poids, lorsqu'on bande un ressort, il se produit une véritable compensation; à mesure que la force motrice produit et dépense du travail moteur, la capacité de travail de la résistance s'accroît d'autant; et c'est ainsi que cette résistance peut ensuite restituer une quantité de travail justement égale à celle qui avait été dépensée sur elle.

Bien entendu, cette égalité entre le travail moteur primitif et celui qui peut être restitué par la résistance devenue force motrice, n'est pas rigoureuse dans la pratique; l'action des forces ne pouvant s'exercer que par l'intermédiaire d'organes matériels agissant les uns sur les autres, il ne peut manquer de se produire des effets accessoires comme des frottements, qui consomment quelque chose du travail moteur, ce qui empêche qu'on le retrouve dans sa parfaite intégrité.

127. **Effet du travail produisant le mouvement; force vive.** — Une force n'agit pas toujours pour surmonter une résistance; quand elle est simplement appliquée à un corps, elle le met en mouvement, et le résultat de son travail est alors une certaine vitesse acquise par ce corps, ou une certaine modification dans sa vitesse, s'il en avait une déjà. Cherchons donc quelle relation existe alors entre le travail moteur de la force et le changement de vitesse qui en est l'effet.

Considérons d'abord le travail d'une force F kilogrammes, constante en grandeur et en direction. 1° Supposons qu'elle

agisse sur un corps en repos, de poids p. Comme il a été dit précédemment (18), elle produira un mouvement uniformément accéléré, et lorsque l'espace parcouru sera e, la vitesse produite v sera telle que $v^2 = 2g\frac{F}{p}e$. On en conclut immédiatement que $Fe = \frac{1}{2}\frac{p}{g}v^2$. Or, Fe est le travail moteur de la force; ainsi un travail Fe kilogrammètres appliqué à un corps de poids p a pour effet une vitesse v, telle que $\frac{1}{2}\frac{p}{g}v^2$ soit égal à ce nombre de kilogrammètres; par exemple, un travail de 10 kilogrammètres, appliqué à un corps pesant 25 kilogrammes, lui imprimerait une vitesse telle que $10 = \frac{1}{2}\frac{25}{g}v^2$; et on pourra tirer de cette relation la valeur $v = 1^m,98$; pour donner à un corps en repos pesant 25 kilogrammes une vitesse $1^m,98$, il faut avoir effectué sur lui un travail de 10 kilogrammètres, ce qui, soit dit en passant, peut avoir lieu par l'application de forces très-inégales; seulement, une force considérable aura effectué ce travail en peu de temps, et la vitesse sera produite en peu de temps, tandis qu'il en faudra davantage si la force est plus faible.

Cette quantité $\frac{1}{2}\frac{p}{g}v^2$, c'est-à-dire la moitié du produit de la masse par le carré de la vitesse, s'appelle la *force vive** du corps; ainsi, *lorsqu'une force constante agit sur un corps en repos, la force vive du corps est à chaque instant du mouvement égale au travail effectué par la force.*

2° Si, au lieu d'être en repos, le corps avait une vitesse initiale dans le sens de la force, il posséderait déjà une force vive avant que la force commençât à agir sur lui, et alors, comme l'effet d'une

* Il est bien nécessaire de ne point se laisser induire en erreur par ce mot de *force vive*. Ce qu'il désigne n'est nullement une force, c'est-à-dire une cause de mouvement susceptible d'être évaluée en kilogrammes; c'est une certaine quantité qui se rapporte à l'état de mouvement actuel d'un corps. On verra plus loin quelle est l'origine de ce mot, employé pour la première fois par Leibnitz (1646-1716), et reçu maintenant par tout le monde.

La plupart des auteurs appellent force vive le produit $\frac{p}{g}v^2$, c'est-à-dire le double de ce que nous désignons ainsi.

force est indépendant des autres causes qui peuvent influer sur le mouvement du corps, le travail de la force sera égal, non plus à la force vive, mais à la variation de force vive du corps, variation qui sera une augmentation si la force agit dans le sens de la vitesse initiale, ou une diminution si elle agit en sens contraire. Par exemple, un corps pesant 5 kilogrammes est lancé de bas en haut avec une vitesse de 50 mètres par seconde; au bout de 3 secondes sa vitesse est $50 - g.3$ ou $20^{m},57$; sa force vive, qui était d'abord $\frac{1}{2}\frac{5}{g}50^2$ ou 637,12, est devenue $\frac{1}{2}\frac{5}{g}20,57^2$ ou 107,87, avec une diminution de 529,25. Ce nombre est précisément égal à la mesure du travail résistant de la pesanteur; car l'espace parcouru en 3 secondes est ici $50^{m}.3 - \frac{1}{2}g^{m}.3^2$ ou $105^{m},85$, et le travail de la pesanteur est donc 5.105,85 ou $529^{kgm},25$.

Si la vitesse initiale, au lieu d'être dirigée de bas en haut, était dirigée de haut en bas, au bout de 3 secondes la vitesse serait devenue $79^{m},426$, et la force vive 1607,74, avec une augmentation de 970,64. Or, l'espace parcouru serait ici $50^{m}.3 + \frac{1}{2}g^{m}.3^2$ ou $194^{m},13$, et le travail moteur de la pesanteur serait donc 5.194,13 ou $970^{kgm},65$. La variation de force vive est donc toujours égale au travail effectué; c'est une diminution si ce travail est résistant, une augmentation s'il est moteur.

3° Supposons maintenant que le déplacement ait lieu obliquement à la direction de la force; nous arriverons toujours au même résultat. En effet, supposons un corps se mouvant (fig. 105) suivant MM', tandis qu'il est tiré obliquement par la force P; tout se passe, au point de vue du mouvement, comme si, au lieu de la force P, agissait seulement la composante P' suivant MM', puisque la seconde composante dans le sens perpendiculaire n'a pas d'effet. Donc, la variation de force vive de M en M' produite par la force P', est égale au travail de cette composante, qui est justement (125) ce que nous appelons le travail de la force P.

4° Si le corps ne décrit pas une ligne droite, comme il arrive à un corps pesant lancé obliquement, on pourra fractionner la ligne courbe qu'il décrit en petites parties assez courtes pour être considérées comme de petites lignes droites. Alors, pour chacune

d'elles, la variation de force vive sera égale au travail de la force, et, par conséquent, la variation totale est égale au travail total. Par exemple, supposons un projectile pesant 5 kilogrammes, ayant en M une vitesse oblique de 50 mètres; supposons-le arrivé en M′ à une hauteur de $105^m,85$ au-dessus du point M; le travail résistant de la pesanteur aura été 5.105,85 ou 529,25 kilogrammètres; il y aura donc eu une diminution égale sur la force vive initiale, qui était $\frac{1}{2}\frac{5}{g}50^2$ ou 637,12; la force vive est donc devenue 107,87 quand le projectile est en M′, et on peut en conclure que la vitesse est devenue $\sqrt{\frac{107,87.2g}{5}}$ ou $20^m,57$.

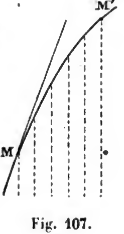


Fig. 107.

5° Jusqu'ici, nous avons toujours supposé que la force motrice était constante en grandeur et en direction. Mais si elle était variable on imaginerait la durée de son action fractionnée en instants assez courts pour qu'il n'y eût pas de changements appréciables pendant chacun d'eux. Alors, la variation de force vive pendant chacun de ces instants sera égale au travail correspondant, et la variation totale est donc équivalente au travail total.

Ainsi, dans tous les cas, que la force soit constante ou variable, que le déplacement ait lieu dans sa direction ou obliquement, que la trajectoire soit droite ou courbe, *la variation de force vive entre deux positions est égale à la mesure du travail de la force pour le même intervalle.*

128. Cette variation sera, comme nous l'avons déjà dit et comme il est, du reste, bien évident, une augmentation si le travail est moteur, et une diminution s'il est résistant. Et si le travail est tantôt moteur et tantôt résistant, il y aura des alternatives d'augmentation et de diminution pour la force vive, et, par suite, pour la vitesse. Ainsi, supposons que la force effectue d'abord une certaine quantité de travail moteur T_m, puis un travail résistant T_r, puis encore un travail moteur T'_m, il se produira pour la force vive une augmentation T_m, puis une diminution T_r, et de nouveau une augmentation T'_m, en sorte que l'augmentation finale sera $T_m - T_r + T'_m$, ou, ce qui revient au même, $T_m + T'_m - T_r$, l'excès de tout le travail moteur sur tout le travail résistant. Et si,

en somme, le travail résistant l'emporte sur le travail moteur, la variation finale de la force vive sera une diminution, dont la valeur sera $T_r - (T_m + T'_m)$.

Par exemple, un projectile pesant est lancé obliquement de bas en haut; il décrira une parabole. Pendant toute la durée du mouvement ascensionnel, la force vive diminuera graduellement, parce que le travail de son poids sera résistant; au point culminant, la vitesse sera la plus petite possible; puis à partir de là, elle augmentera de nouveau parce que, le corps commençant à retomber, son poids effectuera un travail moteur, lequel compense progressivement la diminution produite pendant la montée par le travail résistant; de telle sorte que, pour le même niveau, la force vive, et par suite la vitesse se retrouvent les mêmes; chaque plan horizontal, entre le point de départ et le point culminant, est traversé deux fois par le projectile, en montant d'abord, puis en redescendant, et la vitesse est la même aux deux instants correspondants. C'est, du reste, ce qu'on aurait pu déduire de la discussion de ce mouvement, faite précédemment.

Tout ceci suppose, comme cette discussion elle-même, que la pesanteur est la seule force agissant et effectuant par conséquent du travail : si le mouvement a lieu dans l'air, il se produit un travail constamment résistant, dont l'effet est d'altérer légèrement les résultats ci-dessus indiqués.

129. **Transformation de la force vive en travail.** — Nous venons d'examiner comment le travail d'une force modifie la vitesse du corps sur lequel elle agit, et nous avons vu qu'un travail moteur augmente la force vive du corps sur lequel il est effectué d'une quantité égale à sa propre valeur, en sorte que le travail dépensé par la force se retrouve en quelque sorte à l'état de force vive; on peut dire qu'il s'est transformé en force vive. L'inverse peut également avoir lieu.

Lorsqu'un corps animé d'une certaine vitesse vient à éprouver l'action d'une résistance, il exerce, en vertu même de son inertie, contre l'obstacle qui présente cette résistance, une réaction ou pression égale dans le sens de sa vitesse; tandis qu'il continue à avancer, cette pression effectue sur la résistance un travail moteur, et en même temps, par là même, cette résistance effectue sur le corps un travail résistant égal, lequel a pour effet de dimi-

nuer d'autant sa force vive et de ralentir son mouvement. La diminution de force vive que subit le corps est donc précisément égale au travail moteur qu'il effectue sur la résistance, en sorte qu'on peut dire ici que la force vive se transforme à son tour en travail moteur. *Un corps animé d'une certaine vitesse est donc par là même capable d'exercer un travail, et sa force vive est la mesure de cette capacité de travail;* c'est précisément là l'origine de l'expression de force vive.

Un boulet pesant 20 kilogrammes, et animé d'une vitesse de 5 mètres par seconde, est par là en état d'effectuer un certain travail, et, pour en avoir la mesure, il faut calculer sa force vive; elle est $\frac{1}{2}\frac{20}{g}.5^2$ ou 25,48; le boulet pourra donc effectuer un travail de 25,48 kilogrammètres. S'il rencontre une résistance, s'il vient choquer un corps flexible, il le fera plier jusqu'à ce qu'il ait effectué sur lui un travail moteur de 25,48 kilogrammètres; alors sa force vive sera épuisée, et il s'arrêtera pour rester désormais en repos si aucune action ne s'exerce plus.

Et de même que nous calculons ainsi la quantité de travail dont est capable un corps dont le poids et la vitesse sont connus, on pourrait calculer quel devrait être le poids d'un corps ayant une vitesse connue, ou quelle devrait être la vitesse d'un corps de poids connu, pour qu'il fût capable d'un nombre donné de kilogrammètres. Sans donner ici d'exemples de ces calculs très-faciles, remarquons seulement que la capacité de travail d'un corps en mouvement varie proportionnellement à son poids, c'est-à-dire devient double ou triple en même temps que le poids, et qu'elle varie proportionnellement au carré de la vitesse, c'est-à-dire qu'elle devient 4 fois ou 9 fois plus grande quand la vitesse devient double ou triple.

130. On voit, d'après ce que nous avons dit plus haut, que le travail dépensé pour mettre un corps en mouvement se retrouve sans qu'il y ait rien de perdu vers la fin de ce mouvement. On a là une nouvelle manière de rendre le travail moteur disponible. Par exemple, un wagon pesant 5000 kilogrammes a été mis en mouvement dans une gare et a reçu une vitesse de $0^m,3$ par seconde; il a fallu pour cela dépenser un travail de $\frac{1}{2}\frac{5000}{g}.0,09$ ou 23^{kgm}

environ, indépendamment de celui qui a été employé à vaincre les résistances et frottements. Mais ces 23^{kgm} ne sont point perdus, ni véritablement dépensés, comme cet autre travail que devront continuer à fournir contre les résistances passives les hommes qui poussent le wagon, même une fois la vitesse acquise; lorsque la voiture sera arrivée près du point où on veut l'amener, ces 23^{kgm} devenus force vive serviront à surmonter les résistances sans adjonction de travail extérieur, et suffiront à entretenir quelque temps encore le mouvement, après qu'on aura cessé de pousser le wagon.

En un mot, toutes les fois que l'état du corps sera le même à la fin et au commencement du mouvement, ce corps partant du repos par exemple pour y revenir, la dépense de travail nécessaire pour produire le mouvement en lui-même se réduira à rien, et celle qu'il faudra faire sera seulement ce qu'exigent les résistances diverses qui doivent être surmontées, soit accessoirement, soit comme objet principal. Dans le transport horizontal des fardeaux, la consommation de travail se fait uniquement sur les résistances passives, tandis que dans le transport vertical elle aura lieu sur la pesanteur comme objet principal, et accessoirement sur les résistances qui sont inévitables. Quant à la production de vitesse dans le mouvement en lui-même, elle ne consommera aucun travail, parce que, si elle en exige une certaine quantité dans les premiers instants, elle la restituera intégralement à la fin.

131. **Valeur moyenne d'une force variable.** — Il est souvent utile de connaître ce qu'on appelle l'*effort moyen*, lorsque la force en action est variable dans son intensité : on appelle effort moyen celui qui produirait le même travail pour le même déplacement. Si on appelle T le travail effectué et e le déplacement, ce qu'on appelle l'effort moyen F est donc tel que $Fe = T$, ou $F = \frac{T}{e}$.

Par exemple, dans une certaine expérience, le travail développé par 3 chevaux attelés à un bateau était de 4771,33 kilogrammètres pour un espace de 48 mètres; l'effort moyen était donc $\frac{4771,33}{48}$ ou 99,38 kilogrammes, soit 33,13 kilogrammes par cheval.

De même nous avons calculé plus haut (126) le travail développé par la pression qui s'exerce sur le piston d'une machine à

vapeur. La course étant $0^m,726$, le travail par centimètre carré était 2,2861 kilogrammètres; l'effort moyen est donc $\frac{2,2861}{0,726}$ ou 3,149 kilogrammes.

Si on se reporte à la figure 106, le travail y est représenté par la surface comprise entre la ligne droite des espaces parcourus et la courbe des intensités de la force; l'effort moyen sera représenté, comme on le voit sur la figure, par la hauteur d'un rectangle équivalent et ayant la même base.

Toutes les fois que les valeurs de l'effort restent comprises entre certaines limites qui ne sont pas trop éloignées, comme il arrive fréquemment, ou bien lorsque ces valeurs reviennent périodiquement, il y a intérêt à connaître l'effort moyen. Ainsi, dans des expériences sur les moteurs animés, comme celle qui est citée plus haut, l'effort moyen est presque le seul résultat intéressant à conserver. La périodicité se présentera dans toutes les expériences sur les quantités de travail nécessaires à fournir à une machine industrielle, parce que les mouvements et les résistances s'y reproduisent à peu près toujours périodiquement.

132. **Pertes de force vive par les chocs.** — Lorsqu'un corps est en mouvement, il est, avons-nous dit, par là même en état d'effectuer du travail; et s'il vient à rencontrer des résistances à surmonter ou un autre corps qu'il puisse déplacer, il effectuera sur ces résistances et sur ce corps un travail précisément égal à sa force vive. Ceci est rigoureusement exact, et néanmoins il est essentiel de remarquer que, dans la pratique, il y a toujours une certaine perte sur cette quantité de travail transmise, et cette perte peut, dans certains cas, devenir très-sensible. Ceci tient à ce que les corps matériels sont tous plus ou moins aptes à subir une déformation sous l'action des forces extérieures; tous sont plus ou moins élastiques, c'est-à-dire que, après s'être déformés, ils tendront à reprendre leur forme primitive; mais il n'y a guère que les gaz, chez lesquels cette élasticité soit complète; elle ne l'est jamais dans les corps solides, et il en résulte des effets qui consomment une portion plus ou moins grande du travail à transmettre.

Sans vouloir entrer ici dans de grands détails sur la théorie des chocs, considérons un cas simple, afin de bien préciser le sens de

ce qui précède. Considérons un corps en mouvement venant rencontrer un autre corps absolument pareil et au repos : il se produira ce qu'on appelle un choc ; il y aura pression du premier corps sur le second, et réaction du second sur le premier ; dans ces conditions, si les deux corps sont durs et élastiques, le

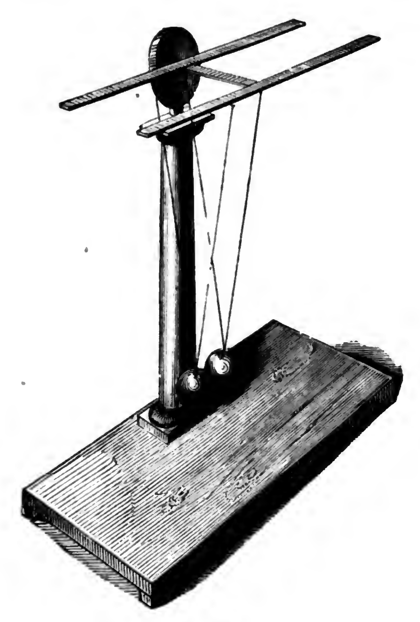


Fig. 108.

mouvement du premier se transmet intégralement au second, l'un se trouvant réduit au repos tandis que l'autre acquiert toute sa vitesse, et, par conséquent, toute sa force vive. C'est ce qu'on peut voir facilement par l'expérience : deux billes d'ivoire sont suspendues l'une près de l'autre ; on écarte l'une d'elles A, puis on la laisse retomber ; aussitôt que le choc a eu lieu elle s'arrête, transmettant toute sa vitesse à la bille B, qui s'écarte et monte

d'une quantité précisément égale à celle dont on avait écarté et élevé la bille A.

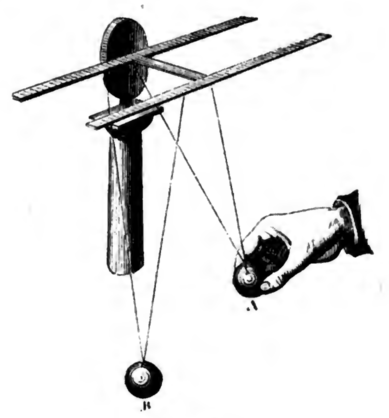


Fig. 109.

L'ivoire est une substance à la fois dure et élastique; mais supposons que la boule A soit susceptible de subir, par suite du choc, une déformation permanente, elle s'aplatira dans le voisinage du point de contact; alors ce point, qui est en même temps le point d'application de la pression sur la boule B, ne parcourra point un espace aussi grand qu'il aurait fait sans cela; à un certain instant il sera, par exemple, en a' au lieu d'être en a; le travail moteur de la pression, autrement dit le travail transmis à la bille B, est donc diminué par suite de l'aplatissement de la boule A.

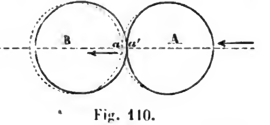


Fig. 110.

Si maintenant, de plus, cette seconde bille B est susceptible, comme l'autre, de subir une déformation, une partie du travail qui lui est appliqué sera encore consommée par ce changement de forme; elle produira le déplacement des molécules les unes par rapport aux autres, et ne contribuera pas à produire de la vitesse; il arrivera donc que la seconde bille, au lieu de recueillir toute la

force vive de la première, et de prendre une vitesse égale à celle qu'avait la première, ne prendra qu'une vitesse inférieure. Plus les effets que nous venons d'indiquer seront marqués, plus il y aura de différence. C'est ce qu'il est très-facile de vérifier au moyen du même appareil qui nous servait plus haut, en substituant à l'une des deux, puis aux deux billes d'ivoire, des boules de différentes matières de moins en moins dures et élastiques.

Lorsque la matière est élastique, elle subit une déformation, mais non plus une déformation permanente; et si elle était parfaitement élastique, la perte de force vive n'aurait plus lieu. Au commencement du choc, la boule A, par exemple, s'aplatit, et, comme nous le disions plus haut, il y a une diminution sur le travail transmis à B; mais plus tard, la matière revenant sur elle-même, le point a', qui était en quelque sorte en retard sur sa position naturelle, regagne l'espace perdu; l'effet du retard disparait, il n'y a donc plus de travail perdu de ce chef. Et, de même, si la déformation de B ne persiste pas, il n'y aura plus de travail finalement consommé par elle.

Dans la réalité, comme l'élasticité n'est jamais parfaite il n'arrive jamais que le corps choqué reçoive intégralement la quantité de travail que représentait la force vive du premier. Si les parties qui viennent au contact sont suffisamment élastiques et suffisamment dures, si les pressions qui s'exercent entre les deux corps sont continues et régulières, cette égalité entre le travail disponible et le travail transmis sera sensiblement exacte. Mais s'il y a des secousses, s'il se produit de véritables chocs, les déformations, les vibrations ou ébranlements produits absorberont inutilement une partie du travail, et il y aura un déchet considérable. C'est là un fait qui a une grande importance dans la pratique. Toutes les fois qu'on se propose de transmettre du travail, en l'appropriant, s'il y a lieu, mais de manière à en perdre le moins possible, il faut, avant tout, éviter les chocs : *tout choc donne lieu à une perte de force vive*, ou, pour parler plus exactement, au détournement inutile, souvent même nuisible, d'une partie de la force vive.

Pourtant le choc est un mode d'action très-usité, et il n'y a guère d'outil plus fréquemment employé que le marteau; c'est que, malgré les inconvénients qui s'attachent à l'emploi du choc,

il y a une foule de circonstances où il permet de réaliser des effets très-difficiles à obtenir autrement. Le choc est une transmission de travail, incomplète il est vrai, mais qui s'opère en un temps très-court; il permet donc d'obtenir rapidement un travail qu'on obtiendrait seulement par des pressions considérables et dans un temps beaucoup plus long; toutes les fois que la pression ou l'effort direct dont on peut disposer sera au-dessous de la résistance à vaincre, il faudra recourir au choc. Il est vrai qu'on perdra une partie du travail dépensé en ébranlements transmis au loin, en déformations inutiles; n'importe, l'effet principal sera obtenu rapidement au moyen d'un outillage simple et portatif. C'en est assez pour faire comprendre pourquoi l'usage du marteau est si fréquent.

133. **Mouvement d'un corps pesant sur une courbe fixe.** — Considérons un corps assujetti à parcourir une ligne fixe, quelle que soit d'ailleurs sa forme, sans pouvoir la quitter; il est contenu par exemple, dans un tube ou dans une rigole de forme quelconque. D'après ce que nous avons dit plus haut de la production du mouvement par le travail, il est très-facile de voir comment variera sa vitesse. En effet, nous avons vu que la variation de force vive était précisément égale au travail effectué; ici, il n'y a d'autre force en jeu que la pesanteur, car nous négligeons les frottements qui peuvent s'exercer le long de la courbe. Donc la variation de force vive, depuis le départ jusqu'à un certain instant du mouvement, est égale au travail de la pesanteur, c'est-à-dire au poids du corps multiplié par la différence de niveau entre le point de départ et la position que l'on considère. Si on suppose que le corps n'avait pas de vitesse initiale, auquel cas il est évident qu'il glissera en descendant, sa vitesse en un point quelconque sera celle qu'il acquerrait en tombant librement d'une hauteur égale à la différence de niveau.

Soit CBA (fig. 112) une courbe sur laquelle un corps pesant, situé d'abord en A sans vitesse, soit par un moyen quelconque assujetti à rester. Il descendra, en prenant une vitesse de plus en plus grande, jusqu'au point B le plus bas de la courbe, où il aura la même vitesse que s'il était tombé verticalement d'une hauteur égale; puis il remontera en raison de sa vitesse acquise, et le travail, alors résistant, de la pesanteur diminuera sa force vive; quand il sera

en un point quelconque E, il aura la même force vive, et par conséquent, la même vitesse qu'il avait en passant au point D, situé au même niveau sur la branche descendante, parce que le travail total de la pesanteur dans le parcours ABE est justement égal au travail de A en D. La diminution graduelle de la vitesse continuera jusqu'au point C, situé au même niveau que le point de départ; là la force vive acquise en B aura été complétement épuisée par le travail résistant; la vitesse sera nulle, et alors la pesanteur, continuant d'agir, recommencera à effectuer un travail moteur : le corps redescendra de C en B pour remonter jusqu'en A, et le mouvement se perpétuera ainsi, se composant d'une suite indéfinie d'oscillations entre A et C.

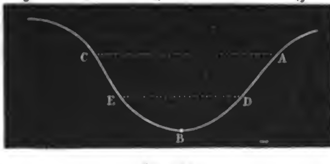


Fig. 111.

Il faut même remarquer qu'un même arc est toujours parcouru dans le même temps, soit dans un sens, soit dans l'autre; en effet, la vitesse en chaque point dépend seulement du niveau de ce point; elle est toujours la même. Si donc on partage un arc quelconque AD, par exemple, en parties très-petites, la vitesse sur chacune d'elles sera toujours la même, et, par conséquent, aussi le temps employé à la parcourir, que le corps se meuve dans un sens ou dans l'autre; donc aussi le temps total du parcours de A en D ou de D en A. Il résulte de là que les oscillations successives de A en C, puis de C en A, sont *isochrones*, c'est-à-dire s'effectuent dans le même temps.

Si la courbe, au lieu de présenter une forme simple, était sinueuse ou présentait même une boucle comme D, les faits précédents subsisteraient toujours. Le corps pesant, partant sans vitesse du point A, oscillerait de même indéfiniment entre le point A et le point F, situé à la même hauteur; seulement, sa vitesse offrirait plusieurs alternatives successives d'augmentation et de diminution; et elle repasserait plu-

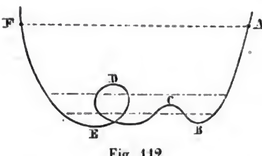


Fig. 112.

sieurs fois par la même valeur, en même temps que le corps se retrouverait plusieurs fois au même niveau.

Tous ces résultats se trouveraient, dans l'application, modifiés par le frottement du corps contre la courbe et par la résistance de l'air, actions qui donnent lieu à un travail constamment résistant. Ce travail résistant finira nécessairement par absorber, au bout d'un temps suffisant, toute la force vive produite par le travail moteur de la pesanteur; de sorte que toujours on verra les oscillations diminuer graduellement d'amplitude, et le mouvement finir par cesser. Comme on le voit, bien loin que ces faits d'expérience soient en contradiction avec les principes exposés précédemment, ils en sont la confirmation la plus claire.

134. **Pendule.** — Si on choisit un arc de cercle situé dans un plan vertical pour la courbe que le corps pesant est assujetti à décrire, on aura ce qu'on appelle un *pendule*. Ce nom vient de ce que, pour faire décrire un arc de cercle à un corps pesant, le moyen le plus simple et le plus commode est de le suspendre par une tige ou un fil à un point fixe; et, en même temps, on a l'avantage d'éviter les frottements qui se produiraient sur une courbe matérielle; il ne reste plus de résistance extérieure que celle de l'air et celles, très-faibles à la vérité, qui se produisent au point de suspension.

Lorsque la tige a une masse très-faible par rapport à celle du corps qui y est fixé, et lorsque, en même temps, ce corps a toute sa masse concentrée sous un très-petit volume, on a sensiblement ce qu'on appelle un pendule simple; ces conditions se trouvent réalisées en suspendant une petite balle de plomb par un fil de soie. Si on écarte de la verticale un semblable pendule, en le plaçant dans la position BA, on le verra, d'après ce qui a été dit plus haut, exécuter une série d'oscillations entre la position BA et la position BA′, le point A′ étant à la même hauteur que le point A, ou, ce qui revient au même, étant le symétrique du point A par rapport à la verticale BC du point de suspension.

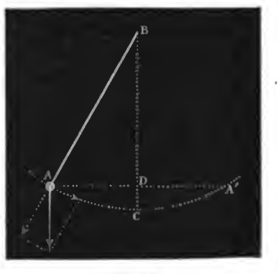


Fig. 113.

L'isochronisme de ces oscillations les rendant très-propres à la mesure du temps, c'est leur durée qui est la chose importante à considérer. Cette durée dépend, en général, de deux éléments : leur amplitude, c'est-à-dire l'angle ABA′ que font les deux positions extrêmes, et la longueur du pendule. Sans pouvoir entrer dans le détail des considérations mathématiques qui permettent de la déterminer, nous dirons seulement que, pour une même amplitude, la durée des oscillations augmente avec la longueur du pendule ; elle est *proportionnelle à la racine carrée de cette longueur;* pour qu'elle devienne double ou triple, il faut que cette longueur devienne 4 fois ou 9 fois plus grande. C'est ce qu'il est très-facile de vérifier par l'expérience, au moyen de pendules de différentes longueurs ; on comptera pour chacun d'eux le nombre d'oscillations faites dans un temps donné, une minute, par exemple, ce qui fournira la durée d'une oscillation ; alors on pourra vérifier que le rapport des durées d'oscillation est la racine carrée du rapport des longueurs.

La durée d'une oscillation dépend aussi de son amplitude, et, en général, elle diminue avec cette amplitude. Or, nous avons dit précédemment que la résistance de l'air et celles provenant de la suspension avaient pour effet de diminuer graduellement l'amplitude des oscillations, de manière à ramener au bout d'un certain temps le pendule au repos. Si donc on l'écarte notablement de la verticale, par exemple comme il est indiqué dans la figure, avant de l'abandonner à lui-même, on verra les oscillations diminuer de durée en même temps qu'elles diminueront d'amplitude ; en réalité, elles ne sont pas isochrones dans les circonstances ordinaires.

Cependant, et c'est là un fait très-important pour la pratique, cette influence de l'amplitude sur la durée de l'oscillation cesse lorsque cette amplitude est devenue très-petite. A partir du moment où les deux positions extrêmes font un angle qui ne dépasse pas 5 à 6 degrés, on remarque que les oscillations deviennent presque rigoureusement isochrones ; elles continuent pourtant à diminuer d'amplitude, mais elles ne diminuent plus de durée. On peut dire, avec une exactitude parfaitement suffisante pour la pratique, que *les petites oscillations d'un pendule sont isochrones.*

On peut démontrer, bien que nous ne puissions le faire ici, que cette durée des petites oscillations d'un pendule de longueur l est, exprimée en secondes, $\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$, π désignant comme à l'ordinaire le rapport de la circonférence au diamètre. Si on suppose, par exemple, que la longueur du pendule soit $0^m,50$, la durée des petites oscillations sera $\pi\sqrt{\frac{0,5}{g}} = 0,71$ seconde.

135. On peut arriver à se rendre compte, comme il suit, de ce fait important, et s'expliquer l'isochronisme des petites oscillations du pendule.

La production de force vive, et, par conséquent, la production de vitesse, est due au travail moteur de la pesanteur, et ce travail est celui de la composante dans le sens du déplacement, c'est-à-dire suivant la tangente au cercle; la vitesse du mouvement à chaque instant, et par conséquent sa durée totale, dépendent donc seulement de la composante suivant la tangente. Or on peut dire que, pour les différentes positions qu'occupe le pendule dans une petite oscillation, la composante tangentielle varie proportionnellement à la distance au point le plus bas. Si on compare, en effet, les deux triangles semblables MGG′ et BMP, le point M désignant une des positions du pendule, on a $MG' : MG :: MP : MB$; donc, $MG' = MG \cdot \frac{MP}{l}$; pour une autre position M′, la composante tangentielle serait $MG \cdot \frac{M'P'}{l}$. Ces deux valeurs sont entre elles dans le rapport des distances MP et M′P′, distances qu'on peut, sans erreur sensible, confondre avec MC et M′C, en raison de ce que les amplitudes sont très-petites. Donc, par exemple, si MC est double ou triple de M′C, la composante tangentielle en M est double ou triple de ce qu'elle sera en M′.

Fig. 114.

Ceci entendu, il devient facile d'en déduire l'isochronisme des

oscillations. En effet, imaginons deux pendules absolument identiques écartés de la verticale de deux arcs AC et A'C', l'un triple de l'autre; puis prenons sur ces deux arcs le même nombre de points équidistants; les intervalles sur AC seront triples de ce qu'ils sont sur A'C', et la composante tangentielle est pour le pendule en A triple de ce qu'elle est pour le pendule en A'. Les espaces que deux forces font parcourir dans le même temps à un même corps sont entre eux comme ces forces; donc la longueur A1 étant triple de la longueur A'1, et la force en A étant triple de la force en A', l'espace A1 sera parcouru dans le même temps que l'espace A'1; les deux pendules partant l'un de A, l'autre de A', arriveront en même temps aux points 1; de même ils passeront au même instant aux points 2, 3, etc., et ils achèveront en même temps leurs oscillations. La durée de ces oscillations aura donc été la même, quoique les amplitudes aient été très-différentes.



Fig. 115.

Si on songe que le pendule est l'organe régulateur employé dans l'horlogerie, et que de l'isochronisme de ses oscillations dépend la marche des instruments destinés à la mesure du temps, on concevra tout l'intérêt qui s'attache à cette question.

Cet isochronisme a été observé pour la première fois par Galilée, et il paraît très-probable qu'il a eu l'idée de le mettre à profit pour régulariser la marche des horloges; mais c'est à Huyghens * que revient l'honneur d'en avoir le premier réalisé l'application à l'horlogerie (1657).

136. **Détermination du nombre** g. — L'emploi du pendule offre le moyen le plus précis de déterminer le nombre g, dont nous faisons un usage continuel. En observant pendant plusieurs

* Huyghens (né à la Haye en 1629, mort à la Haye en 1695) fut un des grands mathématiciens du dix-septième siècle. Il a fait d'importantes découvertes en astronomie, en géométrie, en mécanique; il a appliqué le pendule aux horloges et le spiral régulateur aux montres Attiré en France par les faveurs de Louis XIV, qui venait de fonder l'Académie des sciences, il retourna dans pays après la révocation de l'édit de Nantes.

heures le mouvement d'un pendule, et divisant le nombre total des oscillations par le nombre de secondes écoulées, on conçoit qu'on peut obtenir très-exactement la durée t d'une oscillation, et alors la relation $t=\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ fournit avec la même exactitude la valeur de $g=l\,\frac{\pi^2}{t^2}$; c'est en opérant ainsi qu'on a trouvé la valeur $g=9^{\text{m}},8088$ que nous employons.

CHAPITRE VIII

TRANSMISSION DU TRAVAIL PAR LES MACHINES

Nous avons étudié la production du travail par les forces et ses effets quand il est directement mis en œuvre pour surmonter une résistance ou mettre un corps en mouvement, nous devons maintenant voir comment ce travail est transmis par les machines.

137. L'emploi d'une machine a pour but de transmettre et de modifier l'action d'une force en vue d'un effet déterminé ; il y a donc toujours, avons-nous dit déjà, au moins deux forces en jeu sur une machine : une force motrice ou *puissance*, et une *résistance* surmontée ; l'une met la machine en mouvement et produit du travail moteur, l'autre s'oppose au mouvement et produit du travail résistant. Il peut se faire qu'il y ait plusieurs puissances ou plusieurs résistances agissant simultanément ; mais, en somme, il y a une certaine quantité de travail moteur effectuée, une certaine quantité de travail résistant produite ; nous avons à étudier leurs effets sur le mouvement de la machine.

Quelque compliqués que puissent paraître, au premier abord, les engins industriels dont nous admirons tous les jours les produits merveilleux, ces appareils sont toujours composés de pièces ou organes individuellement fort simples dans leur forme comme dans leur jeu ; ce sont, sauf exceptions fort rares, des pièces guidées de manière à parcourir une ligne déterminée d'avance et qu'on peut rapporter au *plan incliné*, ou bien des pièces mobiles autour d'un axe fixe et qui sont par conséquent des *leviers*. Les machines les plus complexes ne sont que des combinaisons de

pièces semblables agissant les unes sur les autres. Examinons donc successivement l'effet du travail des forces sur ces deux genres de machines simples.

138. **Plan incliné.** — Supposons qu'un point soit assujetti à se mouvoir suivant la ligne AB; il est maintenu, par exemple, au moyen d'une coulisse ou rainure. Ce point est sollicité par une force motrice P, et une résistance Q s'oppose à son mouvement. Il est évident qu'un pareil système présente tout à fait les mêmes circonstances qu'un plan incliné sur lequel un corps pesant serait sollicité par son poids Q et par une force P. D'après ce que nous avons dit précédemment, il y aura équilibre si les deux forces P et Q fournissent des composantes P′ et Q′ égales et opposées dans le sens du déplacement AB. Mais cette condition peut s'énoncer en d'autres termes; on peut dire qu'*il y aura équilibre si pour un déplacement le travail moteur est égal au travail résistant.* Cela revient exactement au même, puisque le travail de chaque force est celui de sa composante suivant AB; les travaux des deux composantes ne peuvent être égaux que si elles sont égales elles-mêmes.

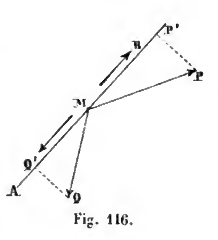


Fig. 116.

Si donc le travail moteur est à chaque instant égal au travail résistant, si $T_m = T_r$, le mouvement sera uniforme. Si le travail moteur devient, pour un certain intervalle de temps, plus grand que le travail résistant, si $T_m > T_r$, c'est que la force P′ aura été plus grande que la force Q′; le point M, tiré dans un sens par la force P′, dans l'autre par la force Q′, est dans le même état que s'il était tiré dans le sens de P′ par une seule force égale à chaque instant à l'excès $P' - Q'$. Cette force produira une augmentation de force vive égale à son travail, et ce travail est, en appelant e l'espace parcouru pendant l'intervalle de temps considéré, $P'e - Q'e$, c'est-à-dire $T_m - T_r$. Ainsi un excès de travail moteur produit une augmentation égale de force vive : de même, un excès de travail résistant produirait une diminution égale de force vive. *Pour un intervalle de temps quelconque la variation de force vive est égale à la différence entre le travail moteur et le travail résis-*

tant pendant le même temps; ce qu'on peut écrire, en appelant V la vitesse à la fin, et v la vitesse au commencement de cet intervalle de temps,

$$\frac{p}{2g}V^2-\frac{p}{2g}v^2=T_m-T_r.$$

Si la ligne à parcourir, au lieu d'être droite comme AB, avait une forme quelconque, on l'imaginerait fractionnée en petites parties qu'on pourrait regarder chacune comme droite; pour chacune, la variation de force vive serait égale à l'excès de travail moteur sur le travail résistant, donc aussi la variation totale. L'égalité précédente subsisterait toujours.

S'il y avait plusieurs forces motrices et plusieurs résistances, il n'y aurait rien de changé à ce qui précède : car s'il y avait, par exemple, plusieurs forces motrices, chacune fournirait une composante; P′ en serait la somme, et le travail moteur T_m serait la somme des travaux effectués par les différentes forces.

Et s'il y avait plusieurs points tels que le point M, ayant entre eux des relations quelconques, mais assujettis chacun à se mouvoir sur une ligne fixe, on aurait pour chacun une égalité comme la précédente. En ajoutant membre à membre toutes ces égalités, on en conclurait que la variation totale de la somme de toutes les forces vives est égale à l'excès total de tous les travaux moteurs sur tous les travaux résistants; en désignant par le caractère Σ (sigma) une somme de termes analogues, on écrirait ceci :

$$\frac{p}{2g}V^2-\sum\frac{p}{2g}v^2=T_m-T_r.$$

139. **Levier.** — Considérons un levier sollicité par une force motrice P agissant à une distance p de l'axe, et par une force résistante Q agissant à une distance q. Il y aura équilibre si ces forces ont des moments égaux; mais on peut s'exprimer autrement, et dire qu'il y aura équilibre *si le travail moteur est, pour un déplacement quelconque, égal au travail résistant.* Cela revient au même; car, si on sup-

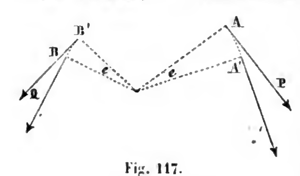


Fig. 117.

pose un mouvement de rotation pour lequel un point situé à 1 mètre de distance de l'axe parcourrait un chemin e, le chemin parcouru par A, situé à la distance p, serait pe, et le travail de P sera Ppe; de même, le chemin parcouru par B sera qe, et le travail de Q sera Qqe; si $Pp = Qq$, ces deux quantités de travail seront égales*. Si donc le travail moteur est, pour un intervalle de temps quelconque, égal au travail résistant, si $T_m = T_r$, le mouvement de rotation sera uniforme.

Si le travail moteur est, pour un certain intervalle de temps, plus grand que le travail résistant, c'est que le moment de P a surpassé celui de Q; le levier, sollicité dans un sens par une force dont le moment est Pp, et dans l'autre par une force dont le moment est Qq, se trouve dans le même état (31) que s'il était sollicité par une seule force ayant un moment $Pp - Qq$. Cette force produirait une augmentation de force vive égale à son travail, et ce travail est, en appelant encore e l'espace parcouru par un point situé à 1 mètre de l'axe, $Ppe - Qqe$, c'est-à-dire $T_m - T_r$. Ainsi un excès de travail moteur produit une augmentation égale de force vive; il est clair qu'un excès de travail résistant produirait une diminution. *Pour un intervalle de temps quelconque la variation de force vive est égale à la différence entre le travail moteur et le travail résistant pendant le même temps.*

Seulement, il faut remarquer ici que, pendant un mouvement de rotation, les différentes parties du corps ont des vitesses très-différentes les unes des autres; les points situés près de l'axe décrivent dans un même temps des circonférences beaucoup plus courtes que les points situés à une plus grande distance; en sorte que la variation dont il s'agit est une variation totale se rapportant à l'ensemble de tous les points du corps. Nous n'entrerons dans aucun détail au sujet de la manière dont on obtient

* Ceci suppose que les forces P et Q conservent toujours la même grandeur et changent constamment de directions, de manière à rester toujours perpendiculaires à OA et à OB; mais elles pourraient tout aussi bien changer de grandeur, de manière que à chaque instant les moments fussent égaux. On fractionnerait la rotation totale en petits mouvements successifs pour chacun desquels on pourrait considérer les choses comme n'ayant pas changé; les travaux partiels seraient égaux pour chacun d'eux, donc aussi les travaux entiers pour la rotation totale. On pourrait compléter de la même manière le raisonnement qui suit, en fractionnant l'intervalle de temps dont il s'agit.

cette somme de force vive totale, qui, pour un même mouvement de rotation, doit visiblement dépendre de la forme du corps autant que de son poids; et nous écrirons, en employant une notation qui nous a déjà servi,

$$\sum \frac{1}{2}\frac{p}{g}V^2 - \sum \frac{1}{2}\frac{p}{g}v^2 = T_m - T_r.$$

On voit bien, d'ailleurs, qu'il pourrait y avoir plusieurs puissances et plusieurs résistances sans qu'il y eût rien de changé dans cette conclusion; T_m est l'ensemble de tout le travail moteur produit pendant l'intervalle de temps considéré, et T_r est de même l'ensemble de tout le travail résistant.

140. **Machine quelconque**. — D'après ce qui précède, considérons pendant un certain intervalle de temps le mouvement d'une machine composée d'un nombre quelconque de pièces à coulisses ou de leviers; chacun de ces organes recevant l'action motrice d'un organe précédent et la réaction résistante de l'organe suivant qu'il fait lui-même mouvoir, donnera lieu à une égalité telle que la précédente; la variation de sa force vive sera l'excès du travail moteur sur le travail résistant qu'il a reçu. Si donc on ajoute toutes ces égalités se rapportant aux diverses pièces de la machine, on en obtiendra une autre semblable se rapportant à l'ensemble; *la variation de la somme de toutes les forces vives sera égale à l'excès du travail moteur total sur le travail résistant*,

$$\sum \frac{1}{2}\frac{p}{g}V^2 - \sum \frac{1}{2}\frac{p}{g}v^2 = T_m - T_r.$$

Or, ainsi que nous l'avons dit précédemment, les machines ne renferment guères que des pièces analogues au plan incliné et des pièces analogues au levier; toutes les pièces à coulisse ou à glissières sont du premier genre, et toutes les roues, arbres de transmission, engrenages, balanciers, manivelles, poulies, etc., ne sont que des leviers. Nous regarderons comme tout à fait générale et s'appliquant *à une machine quelconque*, la conclusion importante à laquelle nous venons d'arriver.

Cet énoncé exprime le *principe de la transmission du travail;* c'est le théorème le plus important de la mécanique des machines; il résume en lui seul tout ce que nous avons déjà dit

sur le travail des forces, et renferme dans ses conséquences tout ce qu'on peut dire sur la transmission du travail dans les machines.

141. Si on considère le mouvement à partir du moment où il a commencé, et si en même temps on suppose qu'il n'y a point de force résistante, l'égalité devient $\sum \frac{1}{2}\frac{p}{g}V^2 = T_m$, puisque les vitesses initiales v sont nulles comme T_r. Ainsi, comme nous l'avons vu précédemment (128), lorsque des forces agissent seulement pour produire le mouvement, leur travail a pour mesure la force vive produite.

Si on suppose, au contraire, que la machine soit déjà arrivée à une certaine vitesse, que toute force motrice cesse d'agir, et qu'il n'y ait plus que les forces résistantes, l'égalité deviendra, en considérant les choses jusqu'au moment où les vitesses v initiales sont anéanties, $\sum \frac{1}{2}\frac{p}{g}v^2 = T_r$, c'est-à-dire que, dans le cas où des corps agissent seulement par l'effet de leur vitesse acquise, le travail qu'ils peuvent effectuer sur des résistances a pour mesure leur force vive; c'est encore ce que nous avons vu précédemment (130).

142. Avant d'aller plus loin nous avons une remarque à faire. Une machine se compose de pièces juxtaposées l'une à l'autre, de manière que l'une se mouvant fait mouvoir les autres. La première de toutes reçoit le travail d'une force motrice quelconque: l'effort musculaire d'un homme ou d'un cheval, l'impulsion produite par une chute d'eau, la pression de la vapeur, une attraction électrique. Cette première pièce met en mouvement la seconde en exerçant sur elle une pression qui effectue un travail moteur; cette seconde pièce effectuera de même un travail moteur sur la troisième, et ainsi de suite. Mais en même temps chaque pression détermine une réaction égale et contraire; lorsque la première pièce pousse la seconde en effectuant sur elle un travail moteur, la réaction de cette seconde pièce effectue sur la première un travail résistant justement égal. Ainsi, au contact de deux pièces, dont l'une *conduit* l'autre, il se produit deux quantités de travail égales, du travail moteur effectué sur la pièce conduite, et du travail résistant effectué sur la pièce qui conduit. Alors, quand on fait la somme de tous les travaux moteurs pour

en retrancher la somme de tous les travaux résistants, ces quantités, égales et appartenant l'une aux travaux moteurs et l'autre aux travaux résistants, se détruisent. Ainsi, dans notre égalité fondamentale

$$\sum \frac{1}{2}\frac{p}{g} V^2 - \sum \frac{1}{2}\frac{p}{g} v^2 = T_m - T_r,$$

toutes les quantités de travail effectuées dans l'intérieur de la machine, au contact des pièces successives, disparaissent; la somme T_m se compose simplement du travail moteur effectué sur la première pièce; T_r est seulement le travail résistant effectué sur la dernière par la force que la machine est destinée à surmonter. Mais ce travail résistant est précisément égal au travail moteur effectué sur les résistances par la pression qu'exerce la dernière pièce, c'est-à-dire au travail produit par la machine, à son travail utile, que nous désignerons par T_u. Nous devrions donc pouvoir dire que *la variation de force vive est égale à l'excès* $T_m - T_u$ *du travail produit par le moteur sur le travail utilement consommé par les résistances.*

Dans la réalité des choses, il ne peut en être tout à fait ainsi. Lorsqu'une pièce agit sur une autre, on ne peut jamais éviter qu'il se produise des frottements ou actions diverses qui donnent lieu à une certaine quantité de travail résistant; donc, à chaque passage d'une pièce à la suivante, la quantité de travail résistant est un peu plus grande que le travail moteur correspondant; dans la somme totale, ces deux quantités ne se détruisent plus tout à fait; il reste un léger excès au bénéfice du travail résistant, et qui est justement ce travail effectué par les frottements. Quand on arrivera à considérer la dernière pièce, toutes ces quantités de travail effectuées par les frottements se seront accumulées, et il faudra joindre leur somme, que nous désignerons par T_f, au travail utile T_u effectué par la dernière pièce, pour avoir en réalité la quantité totale de travail résistant qui s'oppose au mouvement de la machine; T_r n'est réellement pas égal à T_u, mais à $T_u + T_f$; c'est donc là ce qu'il faut retrancher de T_m pour avoir la variation de force vive, et notre égalité fondamentale devient

$$\sum \frac{1}{2}\frac{p}{g} V^2 - \sum \frac{1}{2}\frac{p}{g} v^2 = T_m - T_u - T_f.$$

L'excès du travail moteur sur le travail utile augmenté du travail des résistances passives, est égal à la variation de force vive. Telle est la forme définitive du principe de la transmission du travail.

143. Nous pouvons maintenant nous rendre compte bien exactement de ce qui se passe pendant le jeu d'une machine. Supposons que, tout étant disposé mais jusqu'alors immobile, la force motrice commence à agir; tant que la machine n'aura pas acquis la vitesse qu'on désire lui conserver, il faut que le travail fourni par cette force surpasse celui qui est consommé par les diverses résistances, utiles ou non; quand l'excès total aura atteint la valeur de la force vive correspondant à cette vitesse, cette vitesse sera atteinte. Si, à partir de là, le moteur fournit à chaque instant une quantité de travail égale à celle qui est consommée par les résistances, le second membre de notre égalité devenant nul, le premier doit l'être; c'est-à-dire que la force vive finale est constamment égale à la force vive initiale : elle est constante; le mouvement devient uniforme.

Il est assez rare qu'on parvienne à régler la production et la consommation de travail assez bien pour rendre le mouvement tout à fait uniforme; mais on arrive, par des moyens que nous apprendrons à connaître, à resserrer la vitesse entre des limites suffisamment rapprochées.

Si, à deux époques différentes, les vitesses reprennent les mêmes valeurs, c'est que, dans l'intervalle, la totalité du travail moteur a été équivalente à la totalité du travail résistant; car à considérer les choses entre ces deux époques, le premier membre de notre égalité devient nul, donc aussi le second.

Lorsque, dans un certain intervalle de temps, T_m a surpassé $T_u + T_f$, le mouvement de la machine s'est accéléré, la force vive ayant éprouvé une augmentation égale à l'excès; on peut dire que cet excès de travail s'est transformé en force vive. Au contraire, si T_m a été inférieur à $T_u + T_f$, la force vive a éprouvé une diminution égale à la différence, c'est-à-dire qu'une partie de cette force vive s'est transformée en travail moteur, suppléant par là à l'insuffisance du moteur principal. Les choses se passent comme si, pendant les accélérations, le travail en excès s'emmagasinait dans les organes de la machine à l'état de force vive, pour re-

passer de nouveau, pendant les ralentissements, à l'état de travail, lorsqu'il fait défaut.

Enfin, lorsque la machine doit s'arrêter, et que la force motrice a cessé d'agir, tout le travail employé au début à produire la force vive reparait pour continuer le mouvement quelques instants encore; c'est ce que nous avons dit précédemment (131).

144. **Infériorité du travail utile au travail moteur.** — Si on considère le mouvement depuis l'instant où la machine est mise en marche jusqu'au moment où elle s'arrête, on voit, les forces vives initiales et finales étant également nulles, que $T_m = T_u + T_f$, ou, ce qui revient au même, $T_u = T_m - T_f$; *le travail utilement dépensé contre les résistances principales*, celles en vue desquelles on a établi la machine, *est toujours inférieur à la totalité du travail effectivement produit par le moteur :* il lui est inférieur de toute la quantité de travail consommée par les résistances passives. En d'autres termes, une machine ne peut employer utilement qu'une partie seulement du travail moteur dépensé sur elle, et la portion T_u qu'elle peut reproduire est d'autant moins différente de celle qu'elle a reçue, que les causes de perte de travail sont moins considérables. Ce serait seulement pour des machines ne présentant aucun frottement, aucune résistance, aucun choc ni ébranlement, qu'on pourrait regarder le travail utile comme reproduisant le travail moteur dans son entier.

A plus forte raison est-il évident qu'une machine ne peut, dans aucun cas, amplifier le travail qui a été effectué sur elle, c'est-à-dire permettre d'effectuer par son intermédiaire une quantité de travail utile plus grande que le travail moteur. Le double rôle d'une machine est de transmettre d'abord, et de transformer ensuite ce travail fourni par le moteur. Elle transmet le travail depuis le lieu où il est produit jusqu'à l'endroit où il doit être mis en œuvre ; ces deux endroits peuvent, dans certains cas, être assez éloignés l'un de l'autre. De plus, elle permet, comme nous avons déjà eu occasion de le dire, de transformer ce travail de manière à ce qu'on puisse avec une certaine force surmonter une résistance beaucoup plus grande, ou bien de manière à ce qu'on puisse obtenir, pour le point d'application de la résistance, un déplacement beaucoup plus considérable, et par suite une vitesse beaucoup plus grande que le déplacement et la vitesse du

point d'application de la force motrice. En employant une comparaison qui rend assez fidèlement l'image des faits, on peut se représenter une machine comme un ensemble de corps en mouvement, disposés de manière à former une espèce de canal propre à transmettre du travail sur les points où on en a besoin. Une fois produit par le moteur, le travail passe d'un corps à l'autre ; il pourra se diviser, s'accumuler sur certains points, mais il est clair qu'il n'arrivera pas à l'extrémité du canal plus de travail qu'il n'en est entré. C'est le contraire qui sera la vérité, de même qu'un canal où circule un liquide sera bien difficilement rendu absolument étanche, et en laissera presque toujours perdre une portion plus ou moins grande. Tout le travail consommé par les frottements, employé à déformer, à user les pièces de la machine, tout le travail employé à produire cet ébranlement du sol qu'on sent en approchant d'une puissante machine en mouvement, à mettre en vibration les corps et l'air lui-même qui nous transmet le bruit, tout ce travail est autant de perdu sur celui qu'a produit le moteur ; les points où se sont produits ces frottements, ces résistances, ces chocs, sont comme autant de fissures par où s'est échappé une partie du travail que la machine devait transmettre.

145. **Mouvement perpétuel**. — Il est inutile maintenant d'insister sur l'inanité des illusions que se font les personnes, plus nombreuses encore qu'on ne serait disposé à le croire, qui se livrent à la recherche de ce qu'on appelle *le mouvement perpétuel :* il suffit de dire ce qu'on entend par là. Il n'y aurait rien d'absurde à vouloir prolonger indéfiniment le mouvement d'un corps ; il suffira de lui appliquer à chaque instant une quantité de travail équivalente à celle que consomment les résistances, pour que sa vitesse ne soit pas altérée : T_m étant égal à T_r dans notre égalité fondamentale, la force vive ne changera pas. Mais ce n'est pas là ce qu'entendent les inventeurs de mouvement perpétuel ; ils recherchent les moyens d'obtenir une machine dont le mouvement s'entretienne sans le concours d'aucune force extérieure, c'est-à-dire sans travail moteur ; bien plus, comme ceci, tout impossible que ce soit, n'aurait point d'utilité pratique, ils recherchent une machine dont le mouvement puisse s'entretenir sans travail moteur, et qui puisse en même temps effectuer un travail utile, c'est-à-dire dont le mouvement continue indéfiniment

sans travail moteur et avec un travail résistant extérieur. Ceci bien entendu, nous n'insisterons pas sur l'absurdité d'une pareille recherche, dont l'origine se trouve ordinairement dans une connaissance imparfaite des conditions d'équilibre sur les machines, accompagnée de l'ignorance des véritables principes de la mécanique.

146. **Notions sur les résistances passives, frottements.** — Nous avons déjà montré à diverses reprises, et nous venons d'indiquer, pour une machine quelconque, l'influence des diverses résistances au mouvement, qu'on désigne ordinairement sous le nom de *résistances passives*. Celles de ces forces qu'il est utile de considérer au point de vue de la transmission du travail dans les machines sont : la résistance au mouvement qui se manifeste lorsque deux corps glissent l'un sur l'autre ou *frottement*, et la *roideur des cordes*, qui s'oppose à leur flexion.

Le frottement, ou résistance au glissement de deux corps juxtaposés l'un sur l'autre, est une force parallèle aux surfaces de ces corps; sa valeur dépend uniquement de leur nature et de la pression qui s'exerce entre eux; elle est, pour chaque nature de corps, une fraction déterminée de cette pression. Quant à l'étendue des surfaces de contact et à la vitesse du mouvement, elles sont également sans influence. Pour chaque nature de corps frottants, c'est à l'expérience à faire connaître le rapport du frottement à la pression, rapport qu'on appelle le *coefficient de frottement* pour ces corps *. Voici quelques-uns de ces coefficients de frottement.

Bois sur bois sans enduit.	0,45
Bois sur métal sans enduit.	0,40
— graissés ou suiffés. . . .	0,08
Cuir sur fonte sans enduit.	0,50
— surfaces onctueuses et mouillées d'eau. . . .	0,23
Métal sur métal sans enduit.	0,15
— avec enduit de suif. . .	0,07
— constamment lubrifiés d'huile.	0,05

* Les premières expériences sur le frottement sont dues à Amontons (1699), l'un des premiers membres de l'Académie des sciences, qui en indiqua les lois

Ainsi, par exemple, pour un traineau de bois pesant 50 kilogrammes et glissant sur des rails en fer, le frottement serait 0,40.50 kilogrammes ou 20 kilogrammes; c'est-à-dire qu'il faudrait une traction constante équivalant à 20 kil. pour entretenir uniforme le mouvement du traîneau.

Il est à remarquer que, pour les corps compressibles, comme le bois ou le cuir, la résistance au glissement n'est pas la même pendant le mouvement et au commencement du mouvement : le frottement au départ est toujours plus grand que le frottement pendant la durée du mouvement; quelquefois même, comme par exemple entre bois et métaux, il n'acquiert toute sa valeur qu'après un temps assez long.

Il faut encore remarquer au sujet du frottement, que, lorsqu'on cherche à faire rouler un corps sur un autre, il se manifeste une certaine résistance qui a la même origine matérielle, c'est-à-dire la présence d'aspérités sur les surfaces, et aussi les déformations qui se produisent souvent près du point de contact; mais quand les corps sont suffisamment durs, et il en est toujours ainsi pour des organes de machines, cette résistance au roulement est très-faible, et le travail résistant auquel elle donne lieu est négligeable par rapport à celui qui est effectué par les frottements.

147. **Moyens de diminuer le travail des frottements.** — Les dispositions employées pour diminuer la quantité de travail résistant effectué par les frottements sont de deux sortes. Les unes ont pour but immédiat de diminuer l'intensité du frottement en lui-même, et les autres de diminuer le travail de ce frottement en diminuant le chemin parcouru par les points en contact.

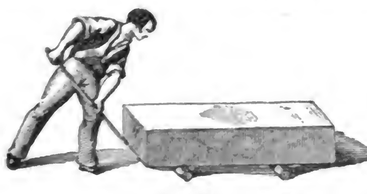
Pour atténuer le frottement en lui-même, on polit le mieux possible les surfaces qui doivent glisser l'une sur l'autre, et, de plus, on interpose entre elles un corps gras ou un enduit qui adoucit encore le mouvement. C'est ainsi que nous voyons le coefficient du frottement métal sur métal passer de 0,15 à 0,07 par un simple graissage; et lorsque les surfaces bien polies sont lubrifiées par

générales; plus tard (1781), Coulomb, membre de l'Institut, alors capitaine du génie, fit sur ce sujet d'importantes recherches, et détermina un grand nombre de coefficients de frottements. Enfin (1834), le général Morin reprit les expériences de Coulomb par des procédés plus précis, et fixa les données expérimentales qu'il faut adopter.

de l'huile sans cesse renouvelée, ce coefficient peut descendre à 0,05, et même au-dessous. Nous ne pouvons entrer ici dans aucun détail sur les dispositions propres à assurer et à faciliter le graissage dans chaque cas.

Pour diminuer le chemin parcouru par les points frottants, le procédé général est de substituer le roulement au simple glissement.

Ce qu'il y aurait de plus efficace pour cela serait d'interposer, entre les deux corps qui glissent l'un sur l'autre, des rouleaux ou des sphères absolument indépendants; il est facile de voir que, de cette manière, on évite complétement le glissement, et il ne reste à vaincre que la résistance en roulement; c'est ainsi qu'on voit fréquemment des ouvriers déplacer, sur un sol bien uni, de grosses pierres. Seulement, ce mode de transport a un inconvénient qui en rend l'application à peu près impossible, sauf pour de petites distances : il est facile de voir que l'objet posé sur les rouleaux avance deux fois plus vite que les rouleaux eux-mêmes; à chaque instant l'un d'eux reste en arrière, et on est obligé alors de le transporter à l'avant pour le remettre en place. Il faut veiller encore à ce que les rouleaux restent écartés, afin qu'ils ne frottent point l'un contre l'autre; cette nécessité d'intervenir sans cesse empêche, dans presque tous les cas, d'employer ce procédé.


Fig. 118.

Il est bien plus commode d'adopter l'emploi des roues; elles ne roulent que sur le sol et ont pour axes des essieux fixés au chariot à mouvoir. Il y a alors résistance au roulement là où la roue pose sur le sol, et frottement ordinaire autour de l'essieu; nous pouvons nous assurer qu'il y a un avantage considérable à substituer cette disposition au simple glissement. Pour simplifier, supposons que la roue, cerclée en fer, repose sur un plancher métallique, ou, si on veut, sur un rail; alors la résistance au roulement est négligeable. Soit 500 kilogrammes la charge de la roue, et 1 mètre son rayon. Si elle était simplement un support

ne pouvant tourner, il se produirait au contact un frottement simple, d'une valeur égale à 500^k.0,30 * ou 150 kilogrammes; pour un déplacement égal à la longueur d'un tour de roue, le travail résistant serait 150.6,28 ou 942 kilogrammètres. Supposons maintenant que la roue soit mobile autour d'un essieu ayant 0^m,05 de rayon : il se produira autour de cet essieu un frottement dans les conditions les plus favorables; il ne sera plus que de 500^k.0,07 ou 35 kilogrammes; pour un tour de roue, c'est-à-dire pour le même déplacement, le travail résistant sera 35.0^m,314 ou 11 kilogrammètres. On voit dans quelle énorme proportion a été réduit l'effet du frottement, et, par conséquent, quel avantage il y a à adopter l'emploi des roues; le frottement est moindre parce qu'il est facile de réduire le coefficient au moyen du graissage, et en même temps l'espace parcouru est réduit**.

C'est pour arriver à une réduction analogue qu'on termine autant qu'on peut les corps qui doivent recevoir un mouvement de rotation par ce qu'on appelle des *tourillons*, c'est-à-dire de petits cylindres engagés dans les anneaux ou *paliers* qui servent à les maintenir; on leur donne un diamètre aussi petit qu'il est possible de le faire en leur conservant une solidité suffisante. De même, quand on termine en pointe les extrémités des pivots des pièces d'horlogerie, on réduit l'espace parcouru par les points frottants.

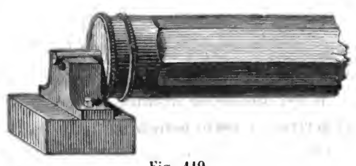


Fig. 119.

On pourrait examiner au même point de vue toutes les dispositions employées dans lesquelles on substitue le roulement au glissement, et on arriverait toujours aux mêmes conclusions : la résistance au roulement proprement dite est véritablement négligeable

* Le coefficient 0,15 donné plus haut suppose que les surfaces ont un certain degré de poli, comme il arrive pour les pièces de machine; ce n'est pas le cas ici, et le coefficient doit être plus fort.

** Pour une roue placée sur un sol ordinaire, on aurait un résultat analogue, mais il faudrait alors tenir compte de la résistance au roulement, résultat de l'enfoncement du sol, et il est difficile de citer des nombres, qui devraient dépendre de l'état du chemin.

dans les machines par rapport aux frottements qui existent toujours, et c'est à réduire, comme nous l'avons dit plus haut, le travail de ces frottements, qu'on s'attache.

148. **Roideur des cordes.** — La roideur des cordes a une influence très-marquée sur les résultats qu'on obtient quand on fait emploi des poulies, moufles, cabestans. Cette roideur ou défaut de flexibilité donne lieu à une résistance à l'enroulement de la corde; et si, par exemple, on élève un fardeau d'un mouvement uniforme au moyen d'une corde passant sur une poulie, la puissance, au lieu d'être égale au poids soulevé, devra être un peu plus grande, parce qu'elle devra servir, non-seulement à élever ce poids, mais aussi à plier la corde qui s'enroule sur la poulie. On a fait des expériences sur cette roideur des cordes, et on peut estimer approximativement, quand une corde s'enroule sur un cylindre, quel est ainsi le surcroît de force nécessaire pour opérer sa flexion.

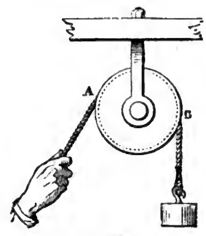


Fig. 120.

Il est inutile de donner ici les règles empiriques qui permettent d'arriver à cette estimation; ce surcroît de force qui mesure la roideur dépend de la grosseur et de l'état de la corde; il dépend de sa tension, et il dépend aussi de la grosseur du cylindre sur lequel a lieu l'enroulement, augmentant à mesure que cette grosseur diminue. De ce dernier fait résulte qu'il y a toujours avantage à employer des cylindres ou poulies d'un grand diamètre.

Il suffira, comme indication, d'un exemple. Supposons une corde blanche sèche, en bon état, de $0^{m},028$ de diamètre, s'enroulant sur une poulie fixe de $0^{m},21$ de diamètre, et servant à soulever un poids de 800 kilogrammes. Dans ces conditions, la roideur équivaut à un surcroît de 85 kilogrammes dans le poids soulevé, c'est-à-dire que, pour obtenir un mouvement uniforme, il faudra un effort constant de 885 kilogrammes : la roideur de la corde a augmenté de 1/9 environ la puissance nécessaire.

L'effet sera bien plus marqué encore si on suppose qu'on emploie des moufles. Supposons les mêmes circonstances; mais, au lieu d'une poulie fixe, on emploie 2 moufles chacune

de 3 poulies : la corde s'enroulera 6 fois; admettons que, à chaque fois, la force nécessaire augmente comme tout à l'heure de 1/9 de sa valeur, c'est-à-dire devienne $\frac{10}{9}$ de ce qu'elle était avant; l'effort définitivement nécessaire devra être les $\left(\frac{10}{9}\right)^6$ ou $\frac{1000000}{531441}$ de 800 kilogrammes; la roideur de la corde a presque doublé l'effort nécessaire.

149. **Utilité des résistances passives.** — Avant d'abandonner ce qui se rapporte aux résistances passives, il faut remarquer que ces forces, dont le travail résistant s'est présenté à nous comme un obstacle, une gêne, une cause de dépense et de perte au point de vue de la transmission du travail par les machines, sont très-fréquemment utiles. D'abord, dans un grand nombre de circonstances, il est nécessaire de pouvoir modérer la vitesse d'un mouvement, c'est-à-dire de pouvoir produire du travail résistant; les freins de toute espèce dont on se sert, soit pour retenir une voiture dans une descente, soit pour maintenir dans de justes limites la vitesse de rotation de l'arbre d'un moulin, etc., sont des appareils disposés justement de manière à faire naître des frottements; l'emploi si fréquent des nœuds serait impossible sans la roideur des cordes et sans les frottements. Bien plus, c'est le frottement qui permet au pied de l'homme d'exercer sur le sol une action dans le sens horizontal, et c'est cette action qui provoque une réaction égale et contraire, force extérieure qui seule peut déterminer le déplacement du centre de gravité (69). Sans le frottement, la marche serait donc impossible pour l'homme comme pour les animaux. C'est de même le frottement qui détermine le mouvement des trains de chemins de fer : la machine à vapeur, placée sur la locomotive, agit pour donner aux roues, ou tout au moins à l'une des paires de roues, un mouvement de rotation; ces roues, reposant sur les rails, ne peuvent tourner sans qu'il se produise un frottement dirigé de l'avant à l'arrière; et cette action, qui ne pourrait exister sans le frottement, détermine une réaction du rail sur la roue, réaction dirigée en avant et qui détermine le déplacement du centre de gravité de la locomotive, et, avec elle, du train auquel elle est attelée. Ainsi le frottement ne produit même pas toujours du travail résistant : celui

des roues de la locomotive est un travail moteur; mais c'est le seul dans ce cas; tous les autres frottements, par exemple ceux des essieux de toutes les voitures dans leurs boites, donnent lieu à du travail résistant, et c'est pour subvenir à cette consommation du travail moteur, que la machine doit continuer à fonctionner même après que le train est lancé.

150. **Constitution d'une machine.** — Nous avons déjà dit qu'une machine était destinée à recevoir le travail d'un moteur, pour l'approprier à un certain travail déterminé. De là résulte que, dans toute machine industrielle complète, on peut distinguer, d'un côté une partie destinée à recueillir le travail du moteur, quel qu'il soit, et de l'autre, une partie destinée à effectuer un certain ouvrage. La première est le *récepteur*, qu'on appelle aussi *machine motrice;* ce sera, suivant les cas, un manége, une roue hydraulique, une machine à vapeur. La seconde est l'*opérateur* ou *machine-outil;* ce sera un métier à tisser ou à filer, une machine à battre, une meule de moulin, etc., etc. Enfin, comme la machine motrice est, le plus souvent, à une certaine distance de l'opérateur, et que, de plus, il arrive très-souvent qu'une seule machine motrice mette en jeu un grand nombre d'opérateurs distincts et différents, il existe une troisième partie de la machine, destinée à mettre en relation les deux autres, c'est-à-dire à transmettre et à distribuer le travail produit d'un côté et mis en œuvre de l'autre; cette troisième partie s'appelle la *transmission de mouvement.* Ainsi, machine motrice, transmission et machine-outil, telles sont les trois parties constitutives d'une machine complète.

Nous aborderons seulement dans la seconde partie de ce cours, l'étude des *machines motrices*, laquelle est naturellement liée à celle des moteurs eux-mêmes auxquels elles doivent être appropriées. Quant à celle des *transmissions* et des *machines-outils*, nous en poserons plus loin les principes, en étudiant les procédés de transformation de mouvement, c'est-à-dire les moyens qu'on emploie pour changer le mouvement naturellement produit par le moteur en celui dont on a besoin.

151. **Emploi des volants.** — Dans le fonctionnement d'une machine, il est à peu près évident qu'il y a une vitesse qui est la plus convenable, soit au point de vue du moteur, soit plutôt au point de vue de la perfection de l'ouvrage exécuté par elle; par

conséquent, une fois cette vitesse atteinte, il faut chercher à la maintenir. C'est là une première et évidente raison pour chercher à régulariser le mouvement; mais il y en a d'autres. D'après ce que nous avons dit précédemment au sujet de la transmission du travail par les pièces d'une machine, il n'y aura pas de travail perdu (abstraction faite des résistances), quels que puissent être leurs changements de vitesse et de direction; mais quelque soin qu'on ait apporté à l'exécution de ces pièces, il y a toujours un peu de jeu entre elles, et l'usure l'augmente encore; dès lors, si le mouvement d'une pièce qui en conduit une autre subit un ralentissement, celle-ci vient la choquer. Il est donc important d'éviter ces changements de vitesse, puisqu'il en résulte toujours des chocs qui font perdre du travail, et qui, de plus, fatiguent la machine et en accélèrent la destruction.

Or, pour que le mouvement fût tout à fait uniforme, il faudrait que $T_m = T_r$ à chaque instant; il faudrait que la production et la consommation de travail eussent entre elles une concordance visiblement impossible, ou une régularité qui ne l'est guère moins à obtenir effectivement. En réalité, il y a toujours à chaque instant excès soit dans le travail moteur, soit dans le travail résistant, et il est impossible de l'éviter; il faut donc viser à rendre aussi peu sensibles qu'on le pourra les accélérations ou les ralentissements qui sont les conséquences nécessaires de ces alternatives, après qu'on aura épuisé les moyens de réduire ces alternatives elles-mêmes.

152. L'un des moyens les plus efficaces consiste à rendre très-considérable la somme totale des forces vives, dont les variations en plus ou en moins équivalent aux excès de travail moteur ou de travail résistant. Il est bien visible, en effet, qu'un même excès de travail moteur, par exemple, produisant une même augmentation de force vive, aura un effet d'autant moins sensible que cette augmentation devra se répartir sur une somme totale plus grande; une augmentation 10, équivalant à un excès de travail moteur de 10 kilogrammètres, ferait varier la force vive du dixième de sa valeur si elle était 100, tandis qu'elle ne la ferait varier que du millième si elle était 10000. Pour reprendre la comparaison déjà employée du travail transmis par les machines avec un courant d'eau transmis par un canal, on peut comparer les irrégularités dans la production et la consommation de travail à des irrégularités dans

l'entrée et la sortie de l'eau, lesquelles auraient pour résultat de faire varier le niveau dans le canal; un excès à l'entrée le ferait monter, et un excès à la sortie le ferait baisser; mais il est bien évident que, pour un même excès dans un sens ou dans l'autre, ces dénivellations seront d'autant plus faibles que le canal aura de plus grandes dimensions.

On parviendra donc à neutraliser, ou du moins à atténuer, les effets des irrégularités du travail effectué sur la machine, en donnant aux parties de cette machine beaucoup de masse et de vitesse : c'est à quoi servent les grandes roues appelées *volants*, placées sur l'un des axes de rotation. On leur donne une force vive très-considérable d'une part en les faisant très-lourdes, et de l'autre en leur donnant un grand diamètre et concentrant à leur circonférence extérieure presque toute la matière sous forme d'anneau; à vitesse égale de rotation la vitesse effective de leurs diverses parties sera d'autant plus grande qu'elles seront plus éloignées de l'axe. On parvient ainsi, en adaptant aux machines des volants suffisamment puissants, à rendre le mouvement aussi régulier qu'on puisse le désirer *.

153. Il est bien évident, par ce qui précède, que le rôle d'un

* On pourrait remplacer ces explications par une déduction tirée de l'équation fondamentale. Admettons seulement qu'il s'agisse d'une machine telle que le mouvement d'une partie entraîne celui de toutes les autres, et telle aussi que la vitesse d'une quelconque de ces autres parties soit toujours à chaque instant proportionnelle à celle de la première; c'est ce qui arrive pour toutes les pièces se transmettant le mouvement par des engrenages ou des courroies; admettons qu'il n'y ait que des pièces de ce genre dans la machine. Alors V étant la vitesse d'un point, celle d'une autre partie quelconque sera hV, h étant un rapport constant qui dépend du mode de liaison entre les deux parties : la somme des forces vives $\sum \frac{1}{2} mv^2$ est donc $\sum \frac{1}{2} mh^2V^2$, ou, en mettant $\frac{1}{2}V^2$ en facteur commun, $\frac{1}{2}V^2 \sum mh^2$, et l'équation devient $\frac{1}{2}V^2 \sum mh^2 - \frac{1}{2}v^2 \sum mh^2 = T_m - T_r$; ou bien $\frac{1}{2}(V^2 - v^2) \sum mh^2 = T_m - T_r$.

Dès lors, pour un même excès $T_m - T_r$, on peut prendre le facteur $\sum mh^2$ assez grand pour que $(V^2 - v^2)$, et par suite le changement de vitesse, soit aussi petit qu'on voudra; et rendre $\sum mh^2$ très-grand, c'est rendre très-grande la somme totale des forces vives.

volant est de régulariser le mouvement, et qu'il serait tout à fait absurde d'en attendre une augmentation de travail utile. Sa véritable fonction est d'absorber, à certains moments, l'excès de travail moteur sous forme de force vive, pour le restituer lorsque ce travail moteur vient, au contraire, à faire défaut. Bien loin de produire une augmentation de puissance pour la machine, la présence du volant donne au contraire nécessairement lieu à une certaine diminution, puisque son axe éprouve sur ses paliers un frottement d'autant plus considérable que le poids est plus fort.

Ce poids du volant doit dépendre, dans chaque cas, de l'irrégularité plus ou moins grande de la production et de la consommation de travail; des observations, et aussi des calculs dans le détail desquels nous ne pouvons entrer ici, permettent de l'estimer d'avance. Un volant de 8000, et même 10000 kilogrammes, n'est point chose rare; dès lors, il est clair que le travail résistant effectué alors par le frottement doit devenir très-appréciable. Soit, par exemple, un volant de 10000 kilogrammes; le frottement sera $10000^k.0,07$, c'est-à-dire 700 kilogrammes; si on suppose aux tourillons un diamètre égal à $0^m,2$, et au volant une vitesse de 30 tours par minute ou $\frac{1}{2}$ tour par seconde, l'espace parcouru par les points frottants sera $\frac{1}{2}\pi.0^m,2$ ou $0^m,31$ en une seconde; le travail résistant du frottement sera donc de 700.0,31 ou 217 kilogrammètres par seconde : c'est autant de travail moteur consommé en raison même de la présence du volant. Ce n'est point une raison pour se priver de l'usage d'un volant, lorsqu'il y a des irrégularités nuisibles dans la marche de la machine; mais on voit qu'il faut en restreindre l'emploi aux cas où il est nécessaire, et en limiter convenablement le poids.

154. Avant de quitter ce sujet, il y a encore une remarque à faire : c'est que les volants sont propres à régulariser le mouvement dans le cas seulement où l'action du moteur est intermittente, c'est-à-dire tantôt plus petite et tantôt plus grande que celle de la résistance. Mais s'il y avait à craindre que le moteur, ayant une fois surmonté la résistance, ne continuât indéfiniment à fournir du travail moteur en excès, le volant n'y remédierait en rien, parce qu'il prendrait, comme le reste du système, un excès de vitesse de

plus en plus considérable; sa présence aggraverait plutôt les accidents, s'il arrivait une rupture. Dans ces cas-là, il faut agir directement sur le moteur, afin de diminuer la quantité de travail fournie; par exemple, en diminuant la quantité d'eau agissant sur la roue, s'il s'agit d'un moteur hydraulique, ou la pression de la vapeur sur le piston, s'il s'agit d'une machine à vapeur. C'est à quoi devront être destinés des appareils spéciaux, connus sous le nom de *régulateurs*, et dont nous parlerons plus tard, lorsqu'il sera question des moteurs.

155. **Condition d'équilibre sur une machine quelconque.** — Nous pouvons faire une application intéressante du principe général de la transmission du travail à la détermination de la condition d'équilibre d'une machine quelconque soumise à l'action d'une seule puissance et d'une seule résistance.

D'après l'équation fondamentale de la transmission du travail, pour que le mouvement d'une machine soit nul ou uniforme, il faut que le travail moteur de la puissance soit égal au travail résistant; la condition de l'équilibre est donc $T_m = T_r$. Si on suppose une seule force motrice P, dont le point d'application parcoure dans sa direction un chemin a, et une seule force résistante Q, dont le point d'application parcoure un chemin correspondant b, on a, dans l'état d'équilibre, $Pa = Qb$; c'est-à-dire que le rapport de P à Q est d'autant plus petit que celui de a à b est plus grand. C'est ce qu'on exprime en disant que, sur une machine dont le mouvement est uniforme, *on gagne en puissance ce qu'on perd en vitesse*.

Nous avons déjà considéré un certain nombre de machines au point de vue de l'équilibre, et c'est là une remarque qui résume à elle seule toutes les conditions particulières trouvées pour ces différentes machines. Pour le plan incliné, par exemple, nous avons trouvé (90), lorsque la puissance agit parallèlement au plan, $Pl = Qh$; l et h sont précisément les déplacements dans le sens de P et dans le sens de Q. Pour le levier (30), nous avons trouvé $Pp = Qq$; p et q sont les rayons des cercles décrits par les deux points d'application; leur rapport est donc le même que celui des arcs correspondants décrits par ces deux points. Pour une paire de moufles, Q doit valoir autant de fois P qu'il y a de poulies (130); or la quantité b dont s'élève le poids Q, est le raccourcissement de chacun des brins de corde qui circulent entre

les deux moufles, et ce raccourcissement s'obtient en répartissant entre tous ces brins la longueur a, dont on a tiré l'extrémité libre à laquelle est appliquée la puissance P ; ainsi b est autant de fois plus petit que a qu'il y a de brins ou de poulies, et on a encore ici perdu en vitesse ce qu'on a gagné en force. On pourrait faire pareille vérification sur toutes les autres machines que nous avons étudiées : *pour toute machine soumise à l'action d'une seule puissance et d'une seule résistance, la condition d'équilibre est que le rapport de la puissance et de la résistance soit l'inverse du rapport des déplacements de leurs points d'application, chaque déplacement étant estimé dans le sens de la force.*

Cette règle admise, et elle est générale puisque c'est une conséquence directe du théorème sur la transmission du travail, on peut l'appliquer à une machine quelconque ; et sans même avoir étudié sa forme ni les organes dont elle se compose, si on peut apprécier le rapport des déplacements des deux points extrêmes où agissent la puissance et la résistance, on en conclura immédiatement leur rapport dans l'état d'équilibre. Par exemple, considérons une de ces puissantes grues qui servent sur les quais de débarquement, ou dans les gares de chemins de fer, à soulever de lourds fardeaux ; ces appareils sont presque toujours, comme celui qui a été décrit précédemment, des combinaisons de roues dentées du genre de celles dont nous avons donné en général la condition d'équilibre (104) ; mais pour faire l'application de cette règle il faut avoir pu compter le nombre de dents des différentes roues ou pignons ; on pourra opérer d'une manière bien plus rapide si l'on est en présence de l'appareil. La puissance est ordinairement l'effort musculaire développé sur une manivelle. Soit une manivelle dont le bras de levier est 0,466 ; en la faisant tourner, on a pu apprécier l'élévation du crochet de la grue correspondant à 10 tours de manivelle, soit $22^{mm},6$. En 10 tours de manivelle l'espace parcouru par le point d'application de la puissance, situé à son extrémité, est 10 fois $2\pi.0^{m},466$ ou $29^{m},32$. Le rapport de $29^{m},32$ à $0^{m},0226$ sera celui du poids soulevé à la puissance qui peut le tenir en équilibre ; et comme la première longueur vaut 1296 fois la seconde, nous pouvons en conclure que, pour l'équilibre, il suffit d'une puissance 1296 fois plus petite que le poids soulevé ; c'est-à-dire qu'un homme, en exerçant

un effort de 10 kilogrammes, pourra maintenir en équilibre l'énorme poids de 13000 kilogrammes.

Le plus souvent il y a deux manivelles pareilles, calées aux deux extrémités de l'axe. D'après ce que nous avons dit précédemment (31), les efforts, que nous supposerons naturellement égaux, appliqués simultanément à ces deux manivelles, produiront exactement le même effet qu'un effort double appliqué à une seule d'entre elles. Ainsi deux hommes, exerçant un effort de 10 kilogrammes chacun, maintiendraient soulevé un poids de près de 26000 kilogrammes.

Seulement, comme nous l'avons déjà fait remarquer à diverses reprises, lorsque nous nous sommes occupés des machines à l'état d'équilibre, l'influence des frottements, celle de la roideur de la corde ou de la chaine, altèrent, pour la pratique, ce rapport 1296 que nous venons de trouver; il ne suffira pas d'un effort de 20 kilogrammes, appliqué aux manivelles, pour élever un fardeau de 26000 kilogrammes, même d'un mouvement uniforme; cela supposerait le travail moteur intégralement transmis, tandis que dans le mouvement uniforme $T_m = T_u + T_f$; il faut donc un excès de puissance capable de fournir le travail T_f, consommé inutilement. De même, il suffira d'un effort moindre que 20 kilogrammes pour opérer la descente uniforme du fardeau soulevé, parce que, dans la descente, les frottements, dont le travail est toujours résistant, agissent dans le même sens que la puissance appliquée aux manivelles, dont le travail est alors résistant; le travail T_f vient donc alors en défalcation de celui qui doit être fourni par cette puissance. Même pour l'état de repos, il suffira d'une puissance moindre que 20 kilogrammes pour maintenir soulevé un poids de 26000 kilogrammes, puisque, si on suppose l'immobilité établie, les frottements contribueront à empêcher le mouvement de descente, et comme il s'agit ici de frottements au départ généralement un peu plus grands que les frottements pendant le mouvement, la différence n'en sera que plus marquée.

Quant à la valeur de cette différence, elle dépendra uniquement de la construction plus ou moins parfaite du système, de son état d'entretien et de graissage; en un mot, il est impossible de rien dire de général sur sa valeur, et l'expérience peut seule la faire connaître; le rapport, en quelque sorte abstrait et théorique, que

nous avons trouvé, est donc en somme la seule indication précise sur la puissance de l'appareil, et conserve tout son intérêt, malgré que nous sachions très-bien en quoi il pèche au point de vue pratique.

Nous pouvons appliquer le même théorème général à d'autres machines, qu'il est utile de connaître.

156. **Vis.** — On sait qu'on désigne sous le nom d'*hélice* une courbe tracée sur un cylindre et présentant en tous ses points la même inclinaison sur les génératrices; que cette hélice devienne saillante en relief sur la surface du cylindre, et on aura une vis; ce relief ou *filet* aura, d'ailleurs, une forme et une largeur différentes, suivant les circonstances dans lesquelles doit être employée la vis. Qu'on imagine maintenant un cylindre creux, emboîtant exactement le cylindre primitif; on pourrait tracer, sur sa surface intérieure, une hélice, de même qu'on pouvait le faire sur la surface extérieure de l'autre; que cette hélice devienne une rainure creuse correspondant exactement comme forme et comme grandeur au filet de la vis, et le cylindre creux sera ce qu'on appelle l'*écrou* de cette vis. Lorsque les filets saillants de la vis seront engagés dans les filets creux de l'écrou, l'un ne pourra plus tourner par rapport à l'autre sans qu'il se produise en même temps un déplacement dans le sens de l'axe. Si, par exemple, la vis est fixe, en faisant tourner l'écrou on le fera monter ou descendre le long de la vis; si, au contraire, c'est l'écrou qui est fixe, en faisant tourner la vis on la fera monter ou descendre elle-même; pour un tour entier, le déplacement sera égal à l'intervalle de deux filets voisins : c'est ce qu'on appelle le *pas* de la vis, qui est le même que celui de l'écrou.



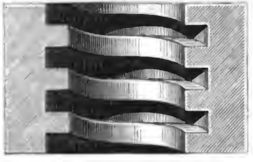


Fig. 121.

Pour faire tourner soit l'écrou, soit la vis, on emploiera un levier à l'extrémité duquel sera appliquée la puissance, et pour un

tour entier du levier le déplacement d'une résistance parallèle à l'axe sera égal au pas. Le rapport de la puissance à la résistance sera donc, dans l'état d'équilibre, celui de la longueur du pas à celle de la circonférence entière décrite par l'extrémité du levier.

Par exemple, la figure 122 représente un pressoir; la substance à comprimer est placée entre deux plateaux, l'un inférieur qui est fixe, et l'autre qui est poussé par une vis; cette vis traverse un écrou pratiqué dans une traverse solidement maintenue par des montants, et on la fait tourner au moyen de barres de bois qu'on introduit dans des trous dont est percée une tête située à la partie inférieure. Si on suppose que le pas de la vis ait $0^m,02$, et que les leviers aient $1^m,80$ de longueur à partir de l'axe, il y aura équilibre lorsque la réaction exercée par les matières comprimées, autrement dit la pression qu'elles subissent, sera un nombre de fois marqué par $\frac{2\pi.1^m,80}{0^m,02}$ ou environ 560 fois l'effort exercé sur les leviers; un effort de 10 kilogrammes produit le même effet qu'un poids de 5600 kilogrammes directement placé sur le plateau supérieur. On voit ainsi comment on peut, au moyen d'une vis, exercer des pressions très-considérables.

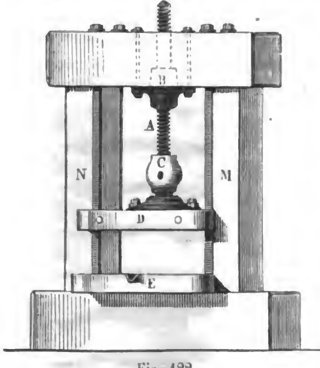


Fig. 122.

On emploie aussi assez souvent les vis à multiplier de la même façon l'effort qui résulte d'un choc. La figure 123 représente ainsi une petite machine, employée fréquemment dans les bureaux à produire sur le papier une empreinte par simple pression. La disposition en est tout à fait analogue à celle de la presse décrite plus haut, avec cette différence que la tête de la vis est traversée par un levier portant à chacune de ses extrémités une masse métallique. Quand on a disposé sur le plateau inférieur le papier et le cachet destiné à produire l'empreinte, on fait faire à la vis plu-

sieurs tours de manière à la relever, puis on imprime au levier une certaine vitesse : la vis redescend et vient alors exercer par son extrémité inférieure une pression excessivement forte, en forme de choc, sur le cachet. Si le levier était simplement mobile autour de l'axe central, son arrêt brusque contre un obstacle donnerait lieu à une pression telle que le travail moteur développé fût égal à la force vive, considérable ici à cause des deux masses. Dès lors on conçoit que cette pression se trouve multipliée ici par le rapport de la circonférence décrite par l'une de ces masses au pas de la vis.

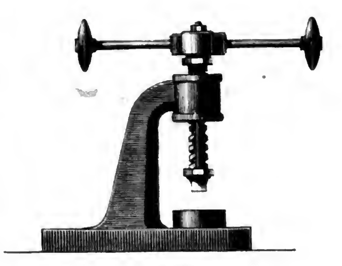


Fig. 123.

Bien entendu, il y aurait lieu de répéter ici, à propos de la vis, ce que nous avons déjà dit tant de fois sur l'influence des frottements et sur l'altération qu'elle produit, pour la machine en mouvement, du rapport abstrait que nous avons trouvé entre la puissance et la résistance. Nous n'y reviendrons pas; seulement nous ferons remarquer qu'on fait grand usage de cette influence des frottements, qui met obstacle au mouvement. Toutes les fois, par exemple, qu'on veut serrer fortement deux pièces l'une contre l'autre, on les traverse toutes deux par un boulon ou tige portant d'un côté une tête saillante, et terminé de l'autre en forme de vis; on engage autour de la vis un écrou de orme carrée ou polygonale, qu'on serre au moyen d'une *clef*, c'est-à-dire d'une tige portant une entaille de la même forme que l'écrou, et servant ainsi à le faire tourner. Lorsque l'écrou est fortement serré, il n'est besoin d'aucun effort pour le maintenir; le frottement qu'il fau-

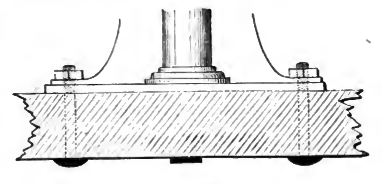


Fig. 124.

drait vaincre pour le desserrer suffit à le maintenir en place et à rendre le serrage permanent.

Vis sans fin. — Supposons qu'on rende une vis mobile seulement autour de son axe sans pouvoir éprouver de déplacement dans le sens de sa longueur, tandis que son écrou sera maintenu latéralement, de manière à ne pouvoir participer au mouvement de rotation. Si on fait tourner la vis, il s'ensuivra nécessairement un mouvement longitudinal de l'écrou. C'est un moyen qu'on emploie dans certains cas pour produire des mouvements très-lents.

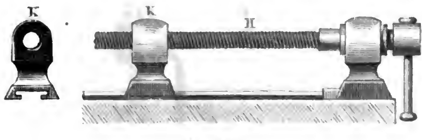
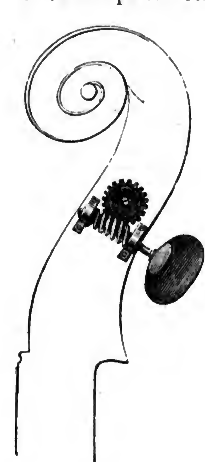


Fig. 125.

Si on remplace l'écrou par une roue dentée dont les creux reçoivent les filets de la vis comme faisaient les rainures de l'écrou, le mouvement de la vis, faisant avancer le bord de la roue, fera tourner cette roue, et un tour entier de la vis ne produira que la rotation correspondante à l'intervalle de deux dents : on aura donc un mouvement de rotation très-lent. Dès lors, si la roue est calée sur l'axe d'un treuil, et si une force est employée à faire tourner la vis, cette force pourra soulever un poids considérable suspendu au treuil, ou, ce qui revient au même, exercer une traction considérable sur la corde de ce treuil : car le déplacement de l'extrémité du levier qui sert à faire tourner la vis sera très-grand par rapport au déplacement de l'extrémité de cette corde. C'est ainsi que, dans la figure ci-jointe, un système semblable, qu'on désigne sous le nom de *vis sans fin* ou *vis tangente*, est employé pour serrer une des grosses cordes d'une contre-basse.


Fig. 126.

CHAPITRE IX

NOTIONS SUR LES ORGANES DES MACHINES

157. Les organes d'une machine sont les parties diverses dont elle se compose. Il y a d'abord une suite de pièces dont la première reçoit l'action de la force motrice, et qui se transmettent le mouvement les unes aux autres; elles opèrent ainsi la transmission et la transformation du travail qui sont le but principal de l'établissement de la machine : ce sont donc les organes essentiels. Les autres ont pour objet d'assurer le fonctionnement de ceux-là, en assurant pour chacun d'eux les conditions favorables au mouvement qu'il doit avoir; bien que secondaires au point de vue de la constitution générale de la machine, ils n'en sont pas moins effectivement des parties tout à fait nécessaires. Les premiers sont appelés *organes de transformation de mouvement;* les seconds sont les *guides du mouvement.*

Comme dans la pratique on ne réalise guère que des mouvements rectilignes et des mouvements circulaires, nous ne considérerons ici que les organes de transformation ou les guides qui se rapportent à ces deux mouvements.

158. **Guides du mouvement rectiligne.** — Les guides du mouvement rectiligne sont presque toujours extrêmement simples : c'est, le plus souvent, ou bien une rainure rectiligne dans laquelle s'engage une saillie du corps à guider, ou bien, à l'inverse, une réglette en saillie s'engageant dans une rainure ou coulisse pratiquée dans ce corps; ou enfin une sorte de gaîne rectiligne dans laquelle il se meut. Nous voyons à chaque instant ces

trois dispositions employées tour à tour, ou même simultanément, dans la construction des meubles dont nous nous servons, et particulièrement dans celle des tiroirs dont ils sont munis. On conçoit d'ailleurs que, suivant les circonstances et en raison de l'intensité des efforts tendant à produire des déviations, la matière, les dimensions, la forme de ces *glissières* pourra varier à l'infini. C'est

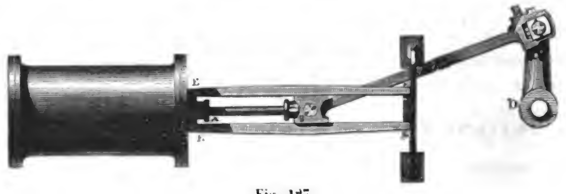


Fig. 127.

ainsi qu'une simple réglette saillante de chaque côté suffit souvent à guider un tiroir, tandis que la tige A du piston d'une locomotive est garnie d'une tête massive B en fer, qui va et vient entre les deux puissantes glissières parallèles en fer forgé EE qui la maintiennent.

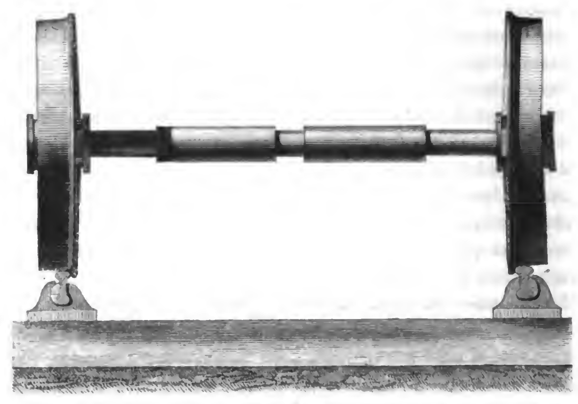


Fig. 128.

Dans un grand nombre de cas, afin de diminuer le frottement,

conséquence nécessaire du glissement, on interpose des roulettes ou *galets* entre les deux corps; nous avons déjà parlé (147) de ce moyen de diminuer la quantité de travail ainsi consommé par les résistances passives. Au lieu de faire glisser les voitures d'un chemin de fer sur les rails, qui sont de véritables guides du mouvement, on y adapte des roues posant sur ces rails. On a employé d'abord, et on emploie même encore dans certains cas, des rails façonnés en ornières, dans les creux desquels sont maintenues les roues amincies sur leurs bords; mais sur les grandes lignes de chemins de fer les rails sont saillants, hors de terre, et chaque roue porte un boudin qui vient s'appuyer sur le côté intérieur du rail; de sorte que l'ensemble des roues figure un corps s'engageant dans l'intervalle des deux rails, qui forment rebord à droite et à gauche.

159. Le mouvement d'une pièce guidée en ligne droite est très-souvent un mouvement de translation, et dans certains cas il est essentiel que cette translation ne soit accompagnée d'aucun vacillement. C'est, par exemple, une condition tout à fait nécessaire dans le mouvement de certaines parties des métiers à filer le coton. Voici le moyen aussi simple qu'ingénieux trouvé, après une multitude d'essais, par les inventeurs anglais de la filature mécanique, pour assurer l'exactitude de cette translation. Le chariot AA', qui porte les pièces dont il faut guider le mouvement, est muni de roulettes portant sur des rails; mais, de plus, il porte deux tiges verticales B, sur chacune desquelles sont montées, l'une au-dessus de l'autre, deux poulies. Sur les deux poulies supérieures passe, en dessinant une espèce de Z, une cordelette D, tendue dans la direction générale du mouvement, et solidement fixée par ses deux bouts. Sur les deux poulies inférieures passe de même une autre corde C, tendue de même, mais disposée inversement sur les poulies. Ces deux cordes suffisent à empêcher parfaitement toute déviation; si par exemple, en effet, le côté A' du chariot tendait à prendre de l'avance sur

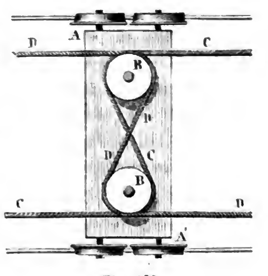


Fig. 129.

l'autre, les angles des trois parties de la corde C tendraient à devenir plus aigus ; il en résulterait pour cette corde une augmentation de tension qui l'arrêterait ; et ce serait la même chose pour la corde D si A′ venait à être en retard. Les deux couples de poulies et les deux cordes forment ainsi un guide du mouvement de translation, dont une longue pratique a démontré la complète efficacité.

Nous ne lui connaissons pas d'application en dehors de la filature ; et cet exemple peut montrer comment chaque industrie a ses nécessités propres, ses problèmes particuliers, où l'esprit d'invention trouve toujours à s'exercer, en dehors même des procédés généraux qu'indiquent la théorie et les livres.

160. **Guides du mouvement de rotation.** — Les guides du mouvement de rotation sont les organes qui maintiennent les axes des pièces tournantes, tout en leur laissant une liberté suffisante. Les choses peuvent être disposées de deux manières : ou bien la pièce tournante est percée d'un trou rond, à travers lequel passe un axe fixe cylindrique, ou bien cette pièce porte un axe faisant corps avec elle, lequel tourne dans des anneaux ou *paliers* disposés à cet effet. Les roues de voitures ordinaires présentent la première disposition ; les roues de wagons, qui font corps avec leur essieu, présentent la seconde. Sauf pour des pièces légères, on rencontre rarement la première disposition dans les machines industrielles, et presque toujours les roues sont *calées*, c'est-à-dire fixées sur un axe qui tourne dans des paliers. La raison principale en est dans la nécessité du graissage, destiné à diminuer le frottement ; on conçoit qu'il est plus facile de l'opérer sur un palier fixe et libre d'accès, plutôt qu'à l'intérieur du moyeu d'une roue en mouvement.

161. Un palier se compose d'un *coussinet* composé de deux *coquilles a a*, ayant chacune la forme d'un demi-cylindre évidé pour donner passage à l'arbre tournant ; de la *semelle b* et du *chapeau c*, destinés à contenir et à fixer solidement le coussinet ; la semelle est attachée par des boulons sur un support fixe, et le chapeau est relié à elle par deux boulons *d d*. Dans un petit godet *e*, qui surmonte le chapeau, on met ordinairement de la graisse qui, fondue par l'échauffement du coussinet, pénètre jusqu'à l'axe par un trou pratiqué à travers le chapeau et la coquille supé-

rieure ; souvent même, afin de faciliter l'arrivée et la circulation de cette graisse à la surface intérieure du coussinet, on pratique sur cette surface, à partir du débouché de ce canal, de petits sillons. Les coussinets sont généralement en bronze ; l'axe, étant en fer, les use sans être usé par eux, et leur remplacement est chose très-facile.

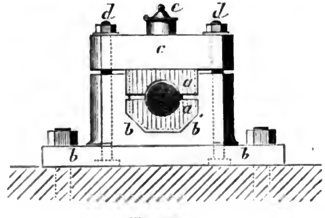


Fig. 150.

162. Lorsque l'arbre tournant est vertical, auquel cas on lui donne souvent le nom de *pivot*, la pièce destinée à le soutenir, tout en faisant le rôle de palier, porte le nom de *crapaudine*. C'est un godet circulaire *aa*, contenant un coussinet circulaire emboîtant l'axe. A l'intérieur et au fond de ce coussinet se trouve un disque légèrement bombé *c*, qui supporte le poids de l'axe ; on en fait une pièce séparée, nommée *grain*, afin de pouvoir le renouveler quand il est usé par le frottement très-énergique auquel il est soumis, et il est bombé, ainsi que la partie inférieure du pivot, afin de diminuer autant que possible l'espace parcouru par les points frottants, et de diminuer par là le travail du frottement. Quand il est nécessaire de régler avec précision la position du pivot, on laisse du jeu entre le coussinet et le godet qui le contient, et quatre vis *dd* servent à le fixer complétement.

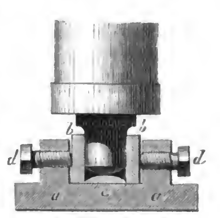


Fig. 151.

Un arbre vertical doit, de plus, être maintenu dans sa hauteur par des anneaux ou *colliers*, d'une construction spéciale. Leur disposition ressemble un peu à celle d'une crapaudine. Il y a de même un patin en forme de godet *aa*, solidement fixé par des boulons, mais percé d'une ouverture centrale ; puis une pièce circulaire *bb*, qui porte ici un pas de vis à l'intérieur. L'intervalle entre cette pièce et l'arbre est rempli par deux anneaux de bronze *cc* et par de l'étoupe ; l'anneau supérieur est placé dans un couvercle *dd* qui entre à vis dans la pièce *bb*, de manière à permettre

de comprimer l'étoupe ou les tresses de coton graissées qui sont en dessous; on met de la graisse dans un évasement sur le dessus du couvercle. Un pareil système est nommé une *boîte à étoupe*, et sa construction a pour but de permettre le graissage, et aussi de n'exposer à l'usure que des pièces d'un remplacement facile. Comme la verticalité de l'axe est chose très-importante, quatre vis butantes permettent le centrage de la boîte à étoupes.

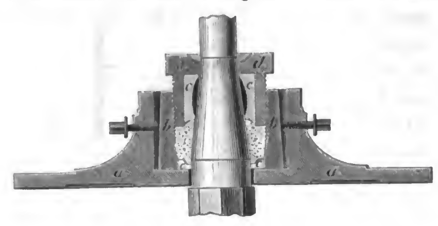


Fig. 132.

Dans certains cas exceptionnels, où la pression latérale exercée par l'arbre sur son collier doit être très-considérable, on emploie des dispositions particulières, afin de substituer le roulement au glissement; on interpose des galets entre l'arbre et le patin destiné à le maintenir. La grue figurée page 98 nous en fournit encore un exemple intéressant. Cette grue doit pouvoir tourner; elle est donc montée sur un axe PP, qui pénètre dans un massif de maçonnerie; au fond du *puits* où il est logé, est une crapaudine sur laquelle il repose, et sur le bord est un collier destiné à le retenir latéralement. Il est visible que la pression sur le bord de cette ouverture sera énorme: on éprouverait donc une résistance considérable pour faire tourner la grue. C'est pourquoi on a disposé en R, autour de l'arbre, des galets *s* montés sur une chape commune; chacun agit entre l'arbre et le collier comme un rouleau (fig. 118) entre le sol et une pierre à déplacer; si on suppose que l'arbre fasse un tour entier,

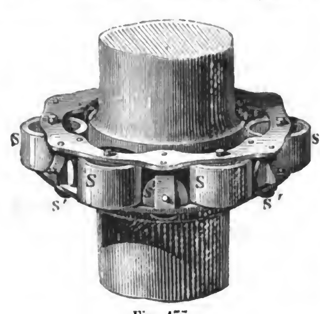


Fig. 133.

la couronne de galets ne fera qu'un demi-tour. C'est une disposition très-analogue à celle qui est employée dans les plaques tournantes. Pour soutenir la couronne de galets qui n'est fixée à rien, on la fait reposer sur un rebord annulaire du collier, et, pour faciliter encore son mouvement, on lui a adapté d'autres galets *s'* à axes horizontaux par lesquels elle s'y appuie.

163. Enfin il arrive très-souvent qu'on doit établir une *articulation* entre deux pièces toutes les deux mobiles ; c'est-à-dire que l'axe de la pièce tournante est non pas fixe, mais supporté par une autre pièce ; dans ce cas très-fréquent, il est clair qu'on ne peut employer la disposition indiquée plus haut : voici celle qu'on adopte.

Supposons qu'il s'agisse d'articuler une pièce *mm* avec une autre pièce portant l'axe *n*. Cet axe est entouré à l'ordinaire d'un coussinet *aa* en deux coquilles, et ce coussinet est retenu par une bride ou *chape* *bbb*. Mais il faut que cette chape soit elle-même solidement fixée à la tête carrée qui termine la pièce *m* : dans ce but, ces deux pièces sont percées d'ouvertures correspondantes dans lesquelles on introduit d'abord une *contre-clef dd*, dont la face inférieure est légèrement oblique, puis ensuite une *clef cc* formant coin, qu'on chasse à coups de marteau. Pour se ménager la facilité de resserrer la chape, et par suite le coussinet, lorsque l'usure a donné trop de jeu à l'axe, on fait un peu trop longue l'ouverture dans laquelle doivent entrer la clef et la contre-clef, de sorte qu'en enfonçant la clef on peut donner du serrage. Il faut remarquer que les faces extérieures de ces deux coins étant toutes deux perpendiculaires à la longueur de la pièce *m*, le serrage ne donne lieu à un effort oblique que sur la contre-clef seulement, laquelle est munie de rebords afin de n'être pas entraînée.

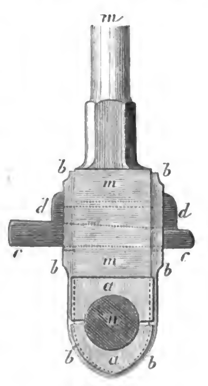


Fig. 151.

Quelquefois la chape est fixée à demeure sur la tête *m* par des boulons ; alors la clef et la contre-clef (on dit aussi la clavette et la contre-clavette) agissent entre cette tête *m*, qui est pleine alors,

et le coussinet ; elles ne traversent plus que la chape, et le serrage s'opère en abaissant le coussinet, tandis que dans le cas précédent il avait lieu en faisant remonter la chape.

164. **Organes de transformation de mouvement.** — Comme nous l'avons dit plus haut, le mouvement rectiligne et le mouvement circulaire sont à peu près les seuls qui soient employés dans les machines industrielles ; nous ne nous occuperons ici que des organes servant d'intermédiaires entre une pièce ayant l'un de ces mouvements et une autre pièce devant recevoir à son tour un mouvement de ce genre. C'est là ce qu'on appelle passer d'un mouvement à un autre, ou transformer un mouvement en un autre.

On peut dire, au point de vue pratique, qu'il y a deux mouvements en quelque sorte fondamentaux, en ce sens qu'ils sont seuls directement fournis par les moteurs, et que par conséquent le premier organe d'une machine a, pour ainsi dire toujours, l'un de ces deux mouvements-là. C'est le mouvement circulaire *continu* et le mouvement *rectiligne alternatif* ou mouvement de va-et-vient ; le premier est celui qui est fourni par une roue hydraulique, par un manége, par l'action d'un manœuvre sur une manivelle ; le second est celui qui est fourni par une machine à vapeur. De plus, le mouvement circulaire continu a de tels avantages au point de vue de la facilité de transmission, que, dans le cas où le moteur fournit un mouvement de va-et-vient, on se hâte d'en faire immédiatement un mouvement circulaire avant toute transmission ou mise en œuvre. Pour toute machine recevant le mouvement on pourrait donc regarder le mouvement circulaire comme fondamental. C'est donc de sa transformation que nous nous occuperons d'abord.

165. **Passage d'un mouvement circulaire continu à un autre ; axes parallèles.** — Lorsque la rotation d'une pièce tournante doit produire celle d'une autre, il y a lieu de distinguer entre le cas où les axes de ces deux pièces sont parallèles et celui où ils ne le sont pas.

Pour des axes parallèles, les deux moyens les plus répandus de transmettre le mouvement consistent, pour l'un, dans l'emploi de courroies de transmission, l'autre dans l'emploi d'engrenages.

166. **Engrenages.** — Nous avons déjà indiqué sommairement

(105) l'emploi des engrenages. Qu'on imagine deux roues ou tambours en contact l'un avec l'autre, ce qui suppose leurs axes parallèles; la première ne peut tourner sans frotter sur l'autre, et ce frottement tend à la mettre en mouvement; dans certains cas, rares il est vrai, on a employé ce simple moyen de transmission. Mais le plus ordinairement on munit la première roue de saillies ou *dents*, qui agissent sur les *flancs* des creux pratiqués sur la seconde; de la sorte, on est certain qu'il ne pourra plus se produire de glissement, et on peut transmettre des efforts qui n'ont plus d'autre limite que celle de la résistance présentée par les dents des deux roues. Pour qu'un engrenage soit établi dans de bonnes conditions, la forme des dents ne doit pas être laissée au hasard. Il faut que le mouvement se transmette avec régularité, c'est-à-dire que le mouvement de la première roue étant supposé uniforme, celui de la seconde le soit aussi. Or, c'est évidemment ce qui aurait lieu si on employait les deux roues frottantes que nous supposions primitivement; il faut donc que la transmission par engrenage donne exactement les mêmes résultats que la transmission par contact. C'est là la condition qu'on impose à un engrenage; et on en déduit, par des considérations géométriques dans le détail desquelles nous ne pouvons entrer ici, quelle est la forme la plus convenable à donner aux saillies et aux creux pratiqués sur chaque roue.

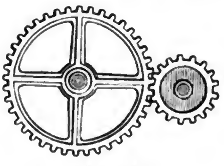


Fig. 135.

Les dents seront évidemment toutes pareilles sur une même roue; on appelle *pas* la distance de la naissance d'une dent à la naissance de la dent suivante. Le pas est le même sur les deux roues, puisque les saillies de l'une doivent entrer dans les creux de l'autre, et réciproquement, c'est justement cela qui constitue l'engrènement; en sorte que l'épaisseur des dents sur l'une, ce qu'on appelle le *plein*, sera justement sur l'autre, sauf un peu de jeu, l'écartement des dents, ce qu'on appelle le *vide*. Et rien n'exige que le plein soit égal au vide, c'est-à-dire que les dents aient la même épaisseur sur les deux roues. Cela n'est pas non plus nécessaire, et lorsque les dents ne sont pas faites de la même matière sur les deux roues, lorsqu'on fait engrener des dents en

bois avec des dents en fonte, comme il arrive souvent, il faut bien donner plus d'épaisseur aux dents en bois.

De cette égalité du pas sur les deux roues résulte immédiatement que les nombres des dents sont dans le même rapport que les longueurs des circonférences, et par conséquent dans le même rapport que les rayons. En sorte que *les nombres de tours faits dans le même temps sont en raison inverse des nombres de dents.* C'est ce que nous avons déjà dit précédemment (105).

167. **Courroies de transmission.** — Au lieu d'engrenages on emploie très-fréquemment dans les ateliers les courroies pour communiquer le mouvement d'un axe à un autre.

Après avoir muni chacun des deux axes d'un rouleau, ou, comme on dit, d'une *poulie*, on enveloppe ces deux poulies d'une courroie. Quand l'axe moteur tourne, cette courroie ne pourrait rester immobile sans qu'il se produisit un frottement par le glissement de la poulie contre elle; elle entre donc en mouvement. De même l'autre poulie ne peut rester en repos, à moins que la courroie ne glisse sur elle; elle tourne donc aussi, et la communication de mouvement est opérée.

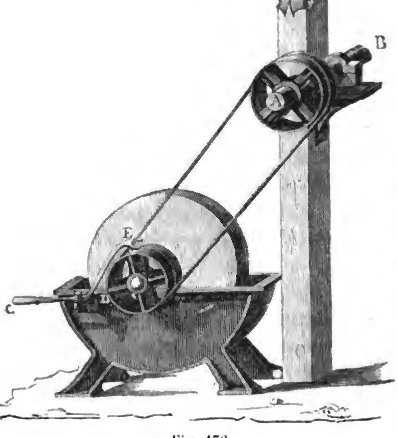


Fig. 136.

C'est ainsi que dans un atelier le mouvement circulaire continu, communiqué d'abord par le moteur à un arbre horizontal établi sur toute sa longueur, se transmet à tous les outils. La figure ci-jointe montre, par exemple, la transmission établie de l'arbre horizontal AB à une meule.

Une poulie est calée sur l'*arbre de transmission*, une autre sur l'axe de la meule; une courroie établit la communication. Afin que l'ouvrier soit

libre de l'interrompre ou de la rétablir selon les besoins de son travail, à côté de la poulie calée sur l'axe de l'outil, s'en trouve une autre *folle* sur cet arbre, c'est-à-dire ne participant pas à son mouvement; en faisant glisser la courroie de l'une à l'autre au moyen d'un levier à fourchette CDE, l'ouvrier peut à son gré suspendre le mouvement de l'outil ou le rétablir.

Dans une transmission par courroie fonctionnant bien, c'est-à-dire sans glissement de la courroie sur les poulies, l'une des poulies entraîne l'autre par l'intermédiaire de la courroie, absolument comme si elle l'entraînait au contact par frottement, ou, ce qui revient au même (166), comme s'il y avait engrenage. Le rapport des vitesses de ces poulies est le même que si elles engrenaient l'une avec l'autre; les nombres de tours faits dans le même temps sont en raison inverse des rayons.

On peut obtenir à volonté une rotation de même sens que celle de l'arbre moteur ou une rotation de sens contraire. Dans la disposition ci-dessus les deux poulies tournent dans le même sens; mais si on *croise* la courroie, c'est-à-dire si ses deux brins se croisent entre les poulies, on obtiendra des rotations de sens contraire.

Les courroies dont on se sert sont plates. C'est à cause de cela qu'on donne à la poulie une forme légèrement bombée : une courroie plate tient mieux sur une poulie bombée que sur une poulie exactement cylindrique. C'est là un fait qui paraît d'abord fort singulier et qu'il convient d'éclaircir. Supposons d'abord qu'on monte une courroie plate entre un rouleau cylindrique et un rouleau légèrement conique, on verra la courroie se déplacer latéralement en se portant du côté ou le cône s'élargit. Prenons ceci comme un fait d'expérience, qu'il est facile de vérifier. Dès lors on conçoit qu'en donnant à la poulie la forme d'un double cône, c'est-à-dire une forme bombée, la courroie devra rester; si elle vient à glisser d'un côté ou de l'autre, l'effet que nous venons de signaler tendra à la ramener à sa place; il ne se produirait pas avec une poulie plate ou avec une poulie à gorge.

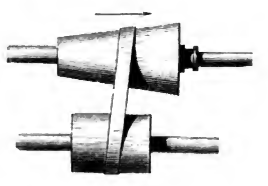


Fig. 157.

Les deux brins d'une courroie de transmission sont tendus

fort inégalement; c'est ce qu'on peut observer très-facilement dans un atelier; le brin qui se déroule de dessus la poulie conduite pour retourner à la poulie motrice est fortement tendu, tandis que l'autre est souvent très-lâche. Et il faut bien qu'il en soit ainsi : car cette poulie est mise en mouvement pour servir à un certain ouvrage; elle résiste donc à l'action de la courroie, et c'est justement l'excès de tension d'un brin sur l'autre qui doit faire équilibre à cette résistance de la poulie, si on suppose le mouvement uniforme.

Cette action de la courroie sur la poulie est évidemment limitée par l'adhérence qui existe entre elles; au delà il y aurait glissement. Cette adhérence dépend principalement de la tension de la courroie. C'est ainsi que, dans certains cas, on emploie ce qu'on appelle un *rouleau tendeur*, pour établir ou interrompre à volonté la transmission. La figure 142, située un peu plus loin, qui représente une partie du mécanisme d'une scierie, en fournit un exemple. Sur l'arbre moteur est calée une poulie A, et une courroie donne le mouvement à la poulie, ou plutôt au tambour B, lequel fait mouvoir la scie par l'intermédiaire d'organes dont nous parlerons plus loin. Mais on laisse la courroie lâche, et alors son adhérence est trop faible pour qu'elle puisse mettre en mouvement la poulie B. Seulement un rouleau C, placé au bout d'un levier CD, peut venir s'appuyer sur la courroie; il lui donne alors une tension suffisante, et la poulie B commence à tourner : pour l'arrêter, il suffira de relever ce rouleau.

L'adhérence dépend aussi de l'étendue de l'arc embrassé par la courroie; ainsi, par exemple, en croisant la courroie placée entre deux poulies, on la rend capable d'exercer un effort un peu plus grand qu'elle ne le pourrait sans glisser dans la disposition ordinaire. Mais ceci a peu d'importance dans la pratique, et on a l'habitude de considérer la courroie comme embrassant une demi-circonférence.

168. **Engrenages coniques.** — Dans le cas où la communication de mouvement doit être établie entre des pièces dont les axes ne sont plus parallèles, il y a encore lieu à distinguer le cas où les directions de ces axes se rencontrent.

On emploie alors presque toujours ce qu'on appelle des *engrenages coniques* ou *roues d'angle*. Ainsi que le montre la figure 138,

chaque roue figure alors un tronc de cône dont la surface serait cannelée ; les deux axes de rotation sont les axes des deux cônes, ayant même sommet et s'appliquant l'un contre l'autre, parce que l'angle des deux axes est la somme des angles formés dans chaque cône par la génératrice avec son axe. Tout ce qui a été dit plus haut pour les roues dentées au point de vue du rapport des vitesses subsiste d'ailleurs ici, sans qu'il soit besoin de le répéter.

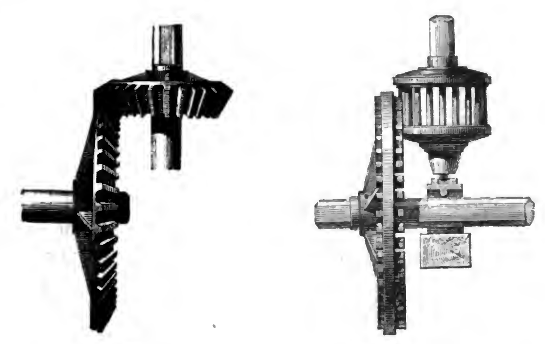


Fig. 138. Fig. 139.

On emploie quelquefois, mais beaucoup plus rarement dans la machinerie industrielle, la disposition représentée par la figure 139 ; elle ne peut servir, d'ailleurs, que lorsque les axes sont perpendiculaires l'un à l'autre. L'une des deux roues porte des dents implantées latéralement sur tout son contour, et l'autre roue est remplacée par une série de tiges ou *fuseaux* maintenus à leurs extrémités par deux disques circulaires ou tourteaux ; cette roue ou *lanterne* produit l'effet d'un cylindre cannelé, dans les creux duquel s'engageraient les dents de la première roue. On rencontre souvent cette disposition dans le mécanisme rustique des moulins, à cause de la simplicité de son exécution, lorsqu'on ne tient pas beaucoup à l'exactitude. Les dents de la première roue sont alors des chevilles en bois qu'on nomme *alluchons* *.

* L'emploi des dents en bois ou alluchons est du reste assez fréquent même dans la construction industrielle, à cause de la facilité de réparation : ains

169. Lorsque les axes ne se rencontrent pas, on introduit presque toujours un axe intermédiaire. Par exemple, s'il faut communiquer le mouvement d'un arbre horizontal situé au rez-de-chaussée d'un bâtiment à un autre arbre horizontal placé transversalement au premier étage, on établira un arbre vertical au croisement des deux autres et les rencontrant tous deux; alors, au moyen de roues d'angles, il recevra le mouvement de l'un et le donnera à l'autre, de manière à établir la communication.

C'est là la véritable solution industrielle de la question, bien qu'il existe des systèmes d'engrenages propres à établir une liaison directe; mais ils ne sont susceptibles d'être employés que dans le cas où la distance des deux axes est très-petite; et d'ailleurs la difficulté d'exécution et la complication de la forme en restreignent l'emploi à quelques cas tout à fait rares; ils n'appartiennent nullement à la pratique.

170. **Joint universel.** — On remplace quelquefois l'emploi des roues d'angles par celui de l'engin connu sous le nom de *joint universel* ou *joint hollandais*. Cet appareil consiste, ainsi que le montre la figure 140, en un simple croisillon dont chacune des deux branches est mobile sur une fourchette qui termine un des axes à mettre en communication. La rotation de l'un de ces axes entraîne celle du croisillon, lequel, à son tour, donne le mouvement à l'autre axe. Seulement, il faut remarquer que si le joint universel établit la communication de mouvement, il ne l'établit pas régulière; si, par exemple, la rotation du premier axe est uniforme, celle qu'on obtient pour le second ne le sera point.



Fig. 140.

Néanmoins, dans bien des cas cela suffit, et le joint universel rend de très-grands services à cause de la simplicité de son agencement; par exemple, il est très-employé dans la machinerie agricole, parce qu'il n'exige aucun ajustage, et que, même pendant le mouvement, l'un des axes peut être dérangé de sa position sans que la transmission cesse de fonctionner. Presque

lorsqu'un volant est en même temps une roue de transmission, sa denture est presque toujours en bois.

toujours les appareils transportables, tels que batteuses, pompes, etc., recevant le mouvement d'un manége, y sont reliés par ce moyen.



Fig. 141.

Le joint universel ne peut fonctionner lorsque l'angle des deux axes est moindre que 1 1/2 droit; lorsqu'il en est ainsi, on en emploie deux, placés à la suite l'un de l'autre, comme le montre la figure 141, ou bien encore placés aux deux extrémités d'un axe intermédiaire lorsque les distances sont grandes.

171. **Passage du mouvement circulaire continu au mouvement rectiligne continu.** — Ayant une pièce animée d'un mouvement circulaire continu, il y a un grand nombre de moyens de s'en servir pour donner à une autre pièce un mouvement en ligne droite. Une courroie embrassant une portion de la circonférence d'une poulie sera mise en mouvement par la rotation de cette poulie; et de ses deux extrémités, l'une ira en se rapprochant de la poulie, l'autre en s'en éloignant. La corde d'un treuil s'enroulera ou se déroulera si on donne un mouvement de rotation au corps de ce treuil, et de même son extrémité libre s'approchera ou s'éloignera du treuil : c'est justement ainsi que dans les mines on fait monter ou descendre dans la hauteur du puits les tonneaux ou les wagons qui sont employés à l'extraction des minerais ou du charbon; le câble s'enroule sur un treuil auquel une machine à vapeur donne un mouvement de rotation, tantôt dans un sens, tantôt dans l'autre.

Dans les machines proprement dites, ce genre de transformation de mouvement est opéré le plus souvent au moyen d'une roue engrenant une tige dentée ou *crémaillère*. De même que les dents d'une roue venant agir sur celles d'une autre roue peuvent la faire tourner sur son axe, on conçoit bien facilement que ces mêmes dents peuvent agir sur celles d'une tige droite, maintenue de manière à ne pouvoir se déplacer que suivant sa longueur. La rotation de la roue produira donc un mouvement rectiligne. Nous avons déjà cité un exemple de ceci en décrivant (106) le cric employé pour soulever de lourds fardeaux. Au reste, un exemple encore plus familier à tous est celui du petit appareil qui, dans nos lampes,

sert à monter ou à descendre la mèche : la pince circulaire dans laquelle est prise la mèche est placée à l'extrémité supérieure d'une crémaillère qui engrène avec une petite roue ; en faisant tourner un bouton extérieur, on fait tourner la roue, et, par suite, monter ou descendre la mèche.

172. **Passage du mouvement circulaire continu au mouvement rectiligne alternatif.** — Supposons maintenant qu'il s'agisse de donner à la pièce conduite un mouvement de va-et-vient au lieu d'un mouvement en ligne droite ayant lieu toujours dans le même sens. On emploie pour cela deux genres de dispositions différentes suivant les circonstances.

La plus fréquemment employée consiste en deux pièces intermédiaires désignées sous le nom de *manivelle* et de *bielle*. La figure 142 nous en offre un exemple. Nous avons dit qu'elle repré-

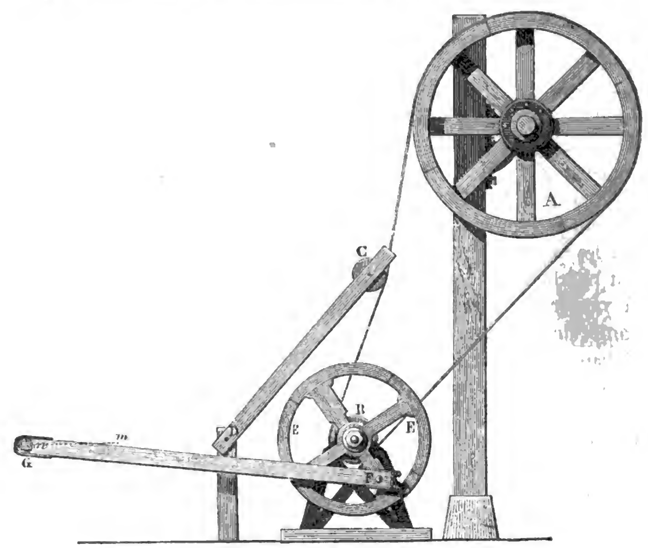


Fig. 142.

sentait le mécanisme d'une scierie. La poulie A reçoit le mouvement d'un moteur quelconque ; elle fait tourner le tambour B, et c'est

le mouvement circulaire continu de ce tambour qu'il faut mettre en œuvre pour donner à la scie le mouvement de va-et-vient qu'elle doit avoir. Dans ce but, on a articulé au point F de l'un des bras d'une roue E, qui tourne du même mouvement que le tambour B, une tige FG, dont l'extrémité G est guidée de manière à ne pouvoir quitter l'horizontale *mn*. Quand le point F décrit une circonférence, il est tantôt à droite et tantôt à gauche de son centre, et par conséquent on voit que le point G se déplacera tantôt de droite à gauche, et tantôt de gauche à droite, sur l'horizontale *mn;* il a donc un mouvement de va-et-vient, et il en sera de même de la scie qui y est attachée. La tige FG s'appelle une *bielle;* une de ses extrémités décrit une circonférence, et l'autre a un mouvement rectiligne alternatif. Le rayon de la circonférence s'appelle la *manivelle*. Ici c'est la portion du bras de la roue E qui va jusqu'au point F; au point de vue de la production du va-et-vient, il n'y a que cette petite portion de la roue E qui soit utile. Le reste est là pour servir de volant.

Habituellement la manivelle est, en pareil cas, une simple tige partant de l'axe moteur, et dont l'extrémité est articulée avec la bielle. La figure 143 représentant une machine de locomotive nous montre la disposition ordinaire: l'axe D est muni d'une manivelle,

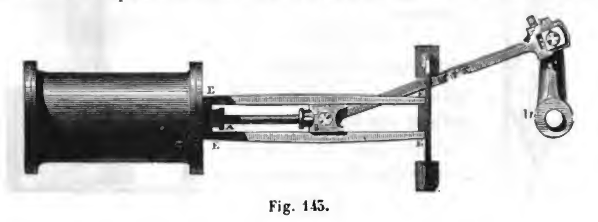


Fig. 143.

et la bielle relie son extrémité avec la pièce B, qui va et vient. Cette articulation de la manivelle s'effectue au moyen d'une saillie, dite le *bouton* de la manivelle, qui s'engage dans une ouverture circulaire de la bielle; on peut du reste reconnaître sur la figure toutes les pièces, coussinet, chape et clefs, dont nous parlions plus haut (163), comme composant une *tête de bielle;* seulement, ici la chape est absolument fixe et fait corps avec la bielle. Le corps de la manivelle, c'est-à-dire la pièce à l'extrémité

de laquelle est le bouton, s'appelle souvent le *manneton*, de sorte que la manivelle se compose du manneton et du bouton.

173. Pour tirer d'un mouvement circulaire un mouvement de va-et-vient, on emploie encore souvent des organes connus sous le nom d'*excentriques* ou *cames*.

Un *excentrique* est au fond exactement la même chose qu'une manivelle. Supposons que sur un arbre tournant K on ait calé une pièce P ayant la forme circulaire, mais dont le centre ne coïncide point avec celui de K. Le mouvement de rotation fera décrire à ce centre une circonférence, et la partie large de ce disque sera tantôt d'un côté, tantôt de l'autre. Maintenant supposons que ce disque P soit engagé dans une ouverture circulaire, ou, comme on dit, dans un *collier* Q, situé à l'extrémité d'une bielle S, dont l'autre bout est guidé en ligne droite ; cet autre bout aura un mouvement de va-et-vient, et tout se passera exactement comme avec une manivelle dont le manneton aurait pour longueur la distance des deux centres de K et de P. Seulement, au point de vue de l'exécution, il y a une différence à noter, c'est qu'une manivelle telle qu'elle est décrite et figurée plus haut ne peut être placée qu'à l'extrémité d'un arbre tournant, tandis qu'un excentrique peut être placé en un point quelconque sur sa longueur.

Fig. 144.

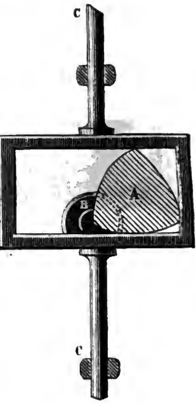


Fig. 145.

174. On conserve souvent le nom d'*excentrique* à des pièces analogues qui n'ont plus la forme circulaire, et qui, par suite, ne peuvent plus se mouvoir dans un collier circulaire les embrassant de toute part. La figure ci-contre nous représente un organe de

ce genre, connu sous le nom d'*excentrique triangulaire*. Sur l'axe tournant B est calée cette pièce, qui a la forme d'un triangle à côtés courbes : elle est engagée à l'intérieur d'un cadre rectangulaire, et agit alternativement sur les deux longs côtés de ce rectangle de manière à déplacer tantôt dans un sens, tantôt dans l'autre, la tige OC fixée à ce cadre, et qui remplit l'office de la bielle.

On donne à ce genre d'excentriques un grand nombre de formes diverses, et aussi des dispositions diverses, dans le détail desquels nous n'entrerons pas ici.

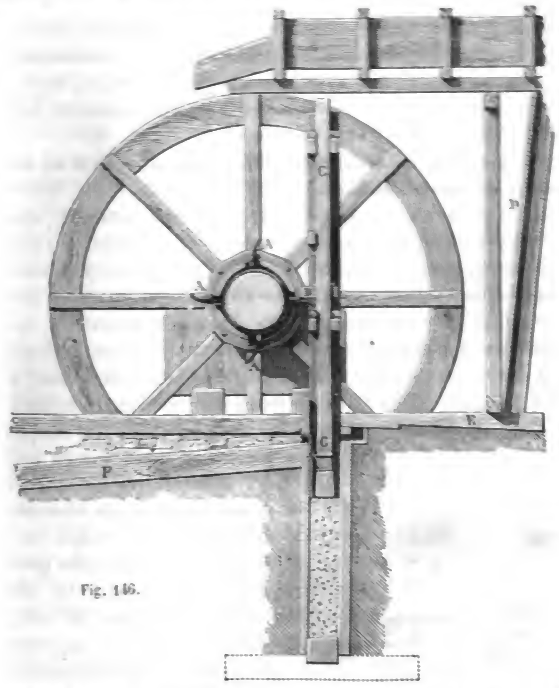


Fig. 146.

175. Le nom de *cames* est plus particulièrement donné à des organes du même genre, et qui sont surtout employés pour per-

mettre à un arbre tournant de soulever des pièces pour les laisser ensuite retomber; par exemple des marteaux. Ainsi la figure 146 représente un jeu de *bocards* ou *pilons*, c'est-à-dire de marteaux destinés à concasser et pulvériser les minerais avant qu'ils soient soumis aux opérations métallurgiques. Le minerai est placé dans une auge, et les marteaux sont de lourdes masses de fer, placées à l'extrémité inférieure des tiges CC, qu'on soulève pour les laisser retomber. Un arbre tournant, et qui est ici l'axe d'une roue hydraulique, est garni sur son pourtour de saillies ou *cames* A, qui saisissent et soulèvent d'autres saillies ou *mentonnets* fixés à la tige du bocard.

De semblables cames sont fréquemment employées pour soulever les lourds marteaux ou *martinets* dans les établissements métallurgiques, les pilons dans les moulins à huile, etc., etc. L'étendue du mouvement et la loi qu'il suit dépendent de la longueur et de la forme de ces cames.

176. **Passage du mouvement rectiligne alternatif au mouvement circulaire continu.** — Le même mécanisme, *bielle et manivelle*, fréquemment employé à produire un va-et-vient, quand on a déjà un mouvement circulaire, trouve une application encore bien plus fréquente et d'une utilité bien plus importante dans la transformation inverse. C'est pour ainsi dire toujours au moyen d'une bielle et d'une manivelle, ou d'organes équivalents, qu'on transforme directement un mouvement de va-et-vient, naturellement fourni par un moteur, en un mouvement circulaire, plus facile à transmettre au loin et à approprier ensuite aux besoins de chaque opération. De temps immémorial, c'est par ce moyen que le rémouleur fait tourner sa meule au moyen du mouvement alternatif qu'il produit en appuyant le pied sur une pédale : seulement, comme la simple courroie, qui joue le rôle de bielle, est flexible, le mouvement ne se transmet effectivement de la pédale à la meule que lorsque la pédale s'abaisse; pendant ce temps seulement, la meule reçoit

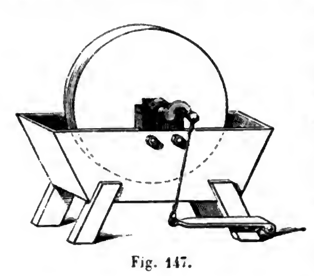


Fig. 147.

du travail moteur, et c'est aux dépens de sa force vive que la rotation continue et que la pédale se relève.

Ce n'en est pas moins à l'imitation de cet humble engin du gagne-petit qu'a été établie l'installation puissante des machines à vapeur. La figure 143 nous a déjà montré une machine de locomotive où le mouvement alternatif du piston produit par l'intermédiaire d'une bielle et d'une manivelle la rotation des roues. On rencontre des dispositions plus ou moins analogues dans toutes les machines à vapeur.

177. — **Passage du mouvement rectiligne alternatif au mouvement circulaire alternatif.** — Ce passage direct du mouvement alternatif du piston de la machine à vapeur au mouvement circulaire n'est pas toujours employé par les constructeurs. Très-fréquemment, le va-et-vient rectiligne du piston donne d'abord un mouvement alternatif à un grand levier horizontal dit *balancier*, et c'est ensuite ce mouvement circulaire alternatif qu'on transforme en circulaire continu. Dans cette disposition, il faut donc relier l'extrémité de la tige du piston, montant et descendant sur une verticale avec l'extrémité du balancier décrivant un arc de cercle; on se sert encore aujourd'hui, pour cela, du mécanisme ingénieux dû à l'illustre Watt *, et connu sous le nom de *parallélogramme de Watt :* c'est ce mécanisme que nous devons faire connaître.

Soit OC, DE, deux tiges égales, l'une mobile autour de son extrémité O, l'autre mobile autour de son extrémité E; elles sont rattachées par un lien CD, de sorte que l'une ne peut tourner sans faire tourner l'autre. Or, il est presque visible que, dans ce mouvement, le milieu F du lien CD décrira, sinon une ligne droite, du moins une ligne de forme presque droite : car l'extrémité D de ce lien et les points voisins décrivent des lignes concaves vers la droite; l'extrémité C et les points voisins décrivent des lignes concaves vers la gauche; il doit donc y avoir vers le milieu un point intermédiaire décrivant à fort peu près une ligne droite. C'est là le raisonnement bien simple sur lequel se fonda Watt pour faire

* Watt, né en 1736 à Greenock en Écosse, mort en 1819, peut être regardé comme le créateur de la machine à vapeur, et par là de l'industrie moderne. Il ne faut pas regarder Watt comme un inventeur ordinaire, mais comme un homme de génie dont le nom doit vivre éternellement.

ses premiers essais, ainsi qu'il le racontait lui-même, et c'est ce que l'expérience confirme aussi. Si, par exemple, on dispose trois règles en bois sur un tableau noir, et qu'au moyen d'un crayon fixé au milieu du lien CD on trace effectivement sur le tableau la ligne qu'il décrit, on lui trouvera la forme d'une sorte de 8 très-allongé, dont une portion assez étendue est très-sensiblement rectiligne. Les choses peuvent d'ailleurs visiblement être disposées de manière à ce qu'elle soit verticale.

Supposons maintenant que OC soit le balancier, et que la tige du piston soit articulée en F avec le lien CD; le mouvement du piston produira alors celui du système tout entier, par conséquent

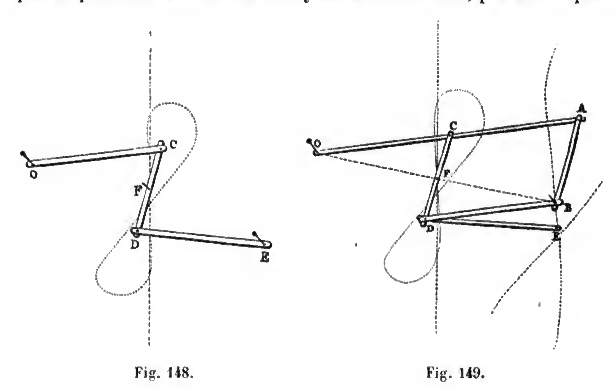


Fig. 148. Fig. 149.

celui du balancier; et la condition obligatoire, pour la tête du piston, de rester sur une même verticale, ne sera plus une gêne, puisque le point F, quelle que fût d'ailleurs la cause de son déplacement, se mouvait naturellement en ligne droite.

Cette disposition qui adjoint seulement au balancier OC un *contre-balancier* DE, dont l'axe E est solidement fixé sur les supports du balancier principal, a été effectivement employée; elle est connue sous le nom de *parallélogramme simple,* bien que rien dans sa forme ne rappelle l'idée de parallélogramme; c'est qu'en effet elle renferme le principe du parallélogramme complet.

Prolongeons OC d'une longueur égale CA, puis construisons le parallélogramme CABD, dont les côtés articulés les uns avec les

autres peuvent suivre le mouvement du parallélogramme simple OCDE. Le sommet B décrira une ligne absolument de même forme que celle décrite par le point F, car, pendant le mouvement, les points O, F et B ne cessent pas d'être en ligne droite, et OB est constamment double de OF ; la ligne décrite par le point B est donc, à une échelle double, semblable à la ligne décrite par F, et leur forme est la même; et le point B décrira, dans une portion assez étendue de son mouvement, une ligne très-sensiblement droite. Donc, on pourra articuler la tige du piston en B, tout comme on pourrait le faire en F ; l'obligation, pour cette tige, de rester dans une même verticale, se trouvera satisfaite d'elle-même, sans que, dans la transmission de son mouvement au balancier, elle ressente aucune réaction obliquement dirigée et qui tende à la courber.

Ceci est précisément le mode de liaison connu sous le nom de parallélogramme de Watt. Le balancier OA, qui doit être mû par la tige du piston, est mobile autour du point O. Le contre-balancier DE, d'une longueur égale à la demi-longueur du balancier OA, est mobile autour d'un point fixe E pris sur les supports du balancier, et la tige du piston est articulée en B. Comme on le voit, le parallélogramme de Watt présente deux points à mouvement rectiligne, le point B et le point F; aussi ce système de liaison est-il surtout employé pour un certain genre de machines où il y a deux pistons moteurs marchant d'accord; alors l'un est attaché en B et l'autre en F. Outre cet avantage, le parallélogramme complet présente encore, sur le parallélogramme simple, celui d'être moins encombrant que le parallélogramme simple, puisque le contre-balancier n'a guère que la moitié de la longueur du rayon du balancier principal, et que son point fixe ne dépasse pas l'extrémité de ce balancier. Aussi est-il maintenant à peu près seul employé.

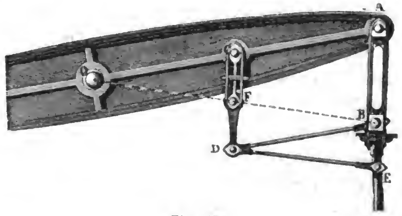


Fig. 150.

Remarquons maintenant que, lorsqu'on se propose d'établir un parallélogramme pour une machine à vapeur, on n'a pas d'autre donnée que la longueur de la course du piston; dans les proportions même des différentes pièces de l'appareil, tout est au choix du constructeur. Néanmoins, l'expérience, d'accord avec l'examen des conditions géométriques de la question, a montré que certaines proportions étaient préférables à toutes les autres; et, en fait, les constructeurs s'écartent fort peu des règles posées par Watt lui-même, et des proportions adoptées par lui. — Ainsi, sauf le cas d'une nécessité spéciale, provenant par exemple du manque d'emplacement suffisant, on fait toujours le contre-balancier égal au demi-rayon du balancier; on donne pour longueur à chacun d'eux les $\frac{3}{4}$ de la longueur de la course du piston, et à la bride ou lien qui joint les deux balanciers la moitié de cette course. La distance, dans le sens horizontal des deux centres du balancier et du contre-balancier, est un peu plus grande que $\frac{2}{3}$ de la course. Avec ces proportions, et en faisant en sorte que les positions extrêmes du balancier ne fassent pas un angle plus grand que 30 à 35 degrés, le lien s'écarte toujours très-peu de la direction verticale, et la déviation de la tête du piston est extrêmement faible et sensiblement négligeable pour la pratique. Ainsi, en supposant au rayon du balancier et au lien les longueurs considérables de 5 mètres et de $1^m,50$, on n'a que 2 millimètres au plus de déviation latérale. Le parallélogramme de Watt peut donc être considéré comme fournissant un mouvement rectiligne d'une exactitude très-suffisante.

CHAPITRE X

DES APPAREILS DESTINÉS A L'ÉLÉVATION DES EAUX.

178. La nécessité d'élever l'eau au-dessus de son niveau naturel se fait sentir dans une multitude de circonstances, soit qu'il faille se procurer cet élément indispensable aux opérations industrielles ou agricoles comme aux usages domestiques, soit au contraire qu'il faille se débarrasser des eaux qui gênent ou empêchent certains travaux. Les appareils destinés à produire l'élévation de l'eau forment donc un groupe très-important de machines, dont nous allons faire connaître les principales aussi brièvement que possible.

L'invention et l'usage de ce genre de machines remonte à l'antiquité la plus reculée; aussi presque toutes les formes, toutes les dispositions qu'il est possible d'imaginer ont-elles été connues ou proposées depuis des siècles; et s'il est à ce sujet fort peu d'inventions modernes qui soient autre chose que la reproduction d'idées plus ou moins anciennes, il faut cependant remarquer qu'il est beaucoup d'idées ingénieuses, aujourd'hui réalisables utilement en raison du progrès des arts, et qui ne l'étaient point à l'époque où elles ont été proposées pour la première fois. Il y a donc peu d'inventions véritablement nouvelles, et cependant les appareils actuellement employés sont pour la plupart fort différents de ceux qu'on pouvait employer jadis.

Nous partagerons cette revue des appareils propres à élever l'eau en deux parties; nous étudierons d'abord les *pompes*, qui sont les appareils le plus souvent employés, et ensuite toutes les autres machines.

POMPES.

179. Ce qui caractérise une *pompe*, c'est que le jeu de ses pièces mobiles a pour effet, non de porter l'eau, mais de la mettre en mouvement dans des tuyaux de conduite. La partie essentielle est une capacité qu'on appelle le *corps de pompe*, dont on fait alternativement augmenter et diminuer la grandeur, en même temps qu'on établit entre elle et les divers tuyaux une communication intermittente, au moyen d'orifices ouverts et fermés aux moments convenables.

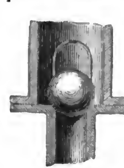
180. **Soupapes**. — Ces derniers organes portent le nom de *soupapes*, et ils affectent différentes dispositions. La *soupape à clapet* est un simple trou muni d'une petite porte dite *clapet*, adaptée à charnière; très-souvent, dans les pompes ménagères ou rustiques, le clapet est simplement formé d'un morceau de cuir cloué d'un côté, et doublé de tôle ou de bois, pour qu'il ait une rigidité suffisante.


Fig. 151.

La soupape conique est un bouchon en forme de tronc de cône, guidé par une tige passant dans un anneau fixe; lorsqu'il est soulevé, il laisse un passage annulaire entre lui et son *siége*.

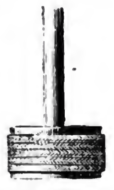

Fig. 152.

Enfin, la *soupape à boulet* est, comme le nom l'indique, formée par un obturateur ou bouchon métallique rond qui repose sur le bord de l'orifice en le fermant, et qui, lorsqu'il se soulève, est retenu par une sorte de cage ou muselière, afin de retomber ensuite à sa place. Ces soupapes sont adoptées presque exclusivement pour les pompes qui alimentent d'eau les machines locomotives. — On les a construites quelquefois en caoutchouc, en les lestant à l'intérieur pour les alourdir.


Fig. 153.

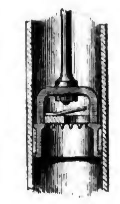
181. **Pistons**. — Pour faire varier la capacité du corps de pompe, qui a presque toujours une forme cylindrique, on emploie un piston : c'est habituellement un court cylindre entrant bien juste dans le corps de pompe, et pouvant recevoir, par le moyen

d'une tige à laquelle il est fixé, un mouvement de va-et-vient. Ce piston devant toucher exactement les parois intérieures du corps de pompe sans laisser de vide, il est muni d'une garniture; sa surface latérale est creusée en forme de gorge, et on y enroule des tresses d'étoupe, longues, bien graissées, ou seulement trempées dans l'eau.


Fig. 154.

Quelquefois on compose le piston de rondelles de cuir ou de caoutchouc vulcanisé, serrées entre deux plaques métalliques, et qui forment elles-mêmes la garniture.

Souvent on a besoin de pratiquer dans le piston lui-même des ouvertures munies de soupapes. Tantôt alors on en dispose deux, placées latéralement à la tige centrale; tantôt on en pratique une seule, placée au milieu, et alors la tige est reliée au piston par l'intermédiaire d'un étrier au-dessous duquel a lieu le mouvement du clapet.


Fig. 155.

182. Les pompes sont de trois espèces : les pompes *foulantes*, les pompes *aspirantes*, les pompes *aspirantes et foulantes*.

Pompes foulantes. — Les pompes foulantes sont les plus simples de construction, au moins en théorie. Le corps de pompe *cc'* est immergé dans l'eau à élever, et à sa partie inférieure est une soupape S s'ouvrant de dehors en dedans, pour l'entrée de l'eau. Le tuyau d'ascension R prend naissance à la partie inférieure de ce même corps de pompe, et une soupape *s* permet à l'eau de s'y introduire, sans lui permettre de redescendre. Lorsque le piston P qui est plein s'élève, l'eau extérieure pénètre dans le corps de pompe; puis, quand il s'abaisse, il refoule cette eau, que la soupape S empêche de ressortir, dans le tuyau d'ascension. On voit que l'eau y montera d'abord, puis s'en écoulera par l'extrémité supérieure, chaque fois que le piston s'abaissera en la refoulant devant lui. Le mouvement vertical du piston est donc alternatif; mais c'est seulement

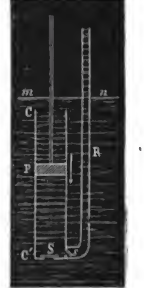


Fig. 156.

lorsqu'il est descendant qu'il produit l'ascension de l'eau. La pompe foulante est une pompe à simple effet.

Quelquefois le tuyau d'ascension R, au lieu de prendre naissance à la partie inférieure du corps de pompe *cc'* en est pour ainsi dire le prolongement, et alors le piston porte alors lui-même une soupape *s*, s'ouvrant de bas en haut. Lorsque le piston monte, le corps de pompe se remplit d'eau; lorsqu'il s'abaisse, cette eau passe au-dessus de lui, et lorsqu'il se relève, elle pénètre dans le tuyau ascensionnel, où elle est maintenue par le clapet *s*. Une pareille pompe s'appelle pompe élévatoire, mais il est clair qu'elle ne diffère en rien d'essentiel de la pompe *foulante*.

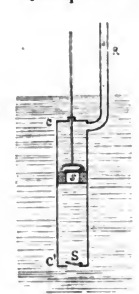


Fig. 157.

Les petites pompes à main qu'on emploie pour arroser dans les jardins, ou pour lancer de l'eau, sont des pompes foulantes; la figure ci-jointe représente aussi une pompe d'arrosement plus puissante, pouvant servir, à la rigueur, de pompe à incendie. Dans un bac porté sur un petit chariot se trouve disposé un corps de pompe, et le piston plein est mis en action au moyen d'un levier; un clapet y donne accès à l'eau, lorsque le piston s'élève, et cette eau est refoulée par le tuyau adapté à la partie inférieure, lorsque le piston s'abaisse.

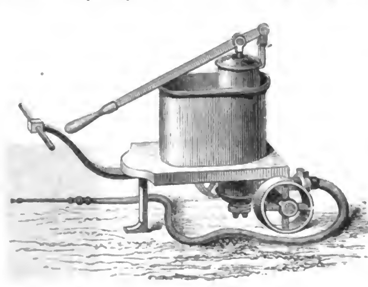


Fig. 158.

Les pompes à incendie sont aussi des pompes foulantes; mais, comme il importe que le jet soit continu et non intermittent, comme il ne manquerait pas d'arriver avec une pompe foulante simple, on en dispose deux à côté l'une de l'autre; les pistons *a*, *a* sont mus par les deux parties opposées d'un même levier ou *balancier oo*, et refoulent l'eau dans le même tuyau *dd;* les deux couples de clapets *b* et *c* fonctionnent en sens inverses, et les deux

pompes envoient alternativement leurs jets. Au lieu d'envoyer ces jets directement dans le tuyau d'ascension, elles les refoulent dans un réservoir *e* qui contient de l'air à sa partie supérieure, et c'est là seulement que prend naissance le tuyau *dd*. Cet air produit exactement l'effet d'un volant pour régulariser le mouvement

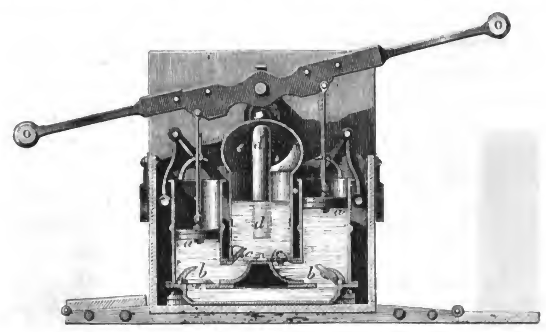


Fig. 159.

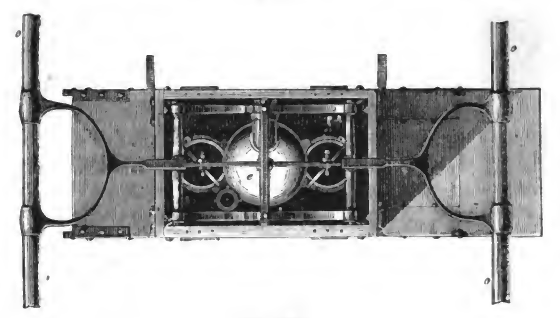


Fig. 160.

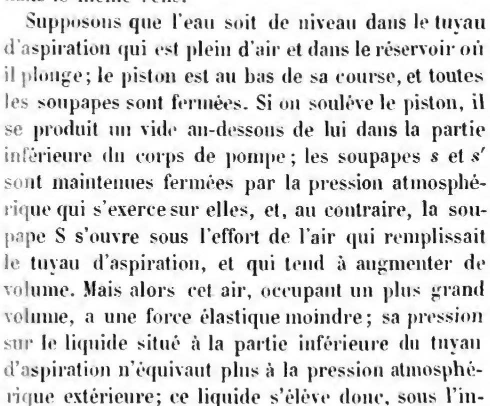
de l'eau. Une fois que le niveau de l'eau dans le réservoir *e* a dépassé l'orifice du tuyau d'ascension, cet air est confiné dans l'espace qu'il occupe ; s'il entre plus d'eau qu'il n'en sort par le tuyau *dd*, l'air est comprimé, et il absorbe ainsi le travail moteur employé à introduire cet excès d'eau. Si, quelque temps après, le travail moteur vient à manquer, auquel cas le jet prendrait moins

de vitesse ou s'élèverait moins haut, l'air qui a été comprimé reprend son volume primitif en restituant, par la pression qu'il exerce sur la surface de l'eau, le travail qu'il a précédemment consommé, et aidant à l'ascension de l'eau. Son rôle est donc exactement celui d'un volant, et on obtient un jet d'une régularité parfaitement suffisante.

183. **Pompes aspirantes.** — Une pompe aspirante se compose d'un corps de pompe *cc'*, d'un tuyau d'aspiration T et d'un tuyau de déversement D. Au sommet du tuyau d'aspiration se trouve



Fig. 161.



une soupape S s'ouvrant de bas en haut, et le piston est lui-même porteur de soupapes *s* et *s'* s'ouvrant dans le même sens.

Supposons que l'eau soit de niveau dans le tuyau d'aspiration qui est plein d'air et dans le réservoir où il plonge; le piston est au bas de sa course, et toutes les soupapes sont fermées. Si on soulève le piston, il se produit un vide au-dessous de lui dans la partie inférieure du corps de pompe; les soupapes *s* et *s'* sont maintenues fermées par la pression atmosphérique qui s'exerce sur elles, et, au contraire, la soupape S s'ouvre sous l'effort de l'air qui remplissait le tuyau d'aspiration, et qui tend à augmenter de volume. Mais alors cet air, occupant un plus grand volume, a une force élastique moindre; sa pression sur le liquide situé à la partie inférieure du tuyau d'aspiration n'équivaut plus à la pression atmosphérique extérieure; ce liquide s'élève donc, sous l'influence de cette pression extérieure, jusqu'à ce que le poids de la colonne soulevée, s'ajoutant à la force élastique de l'air, fasse encore équilibre à la pression atmosphérique : c'est là ce qu'on exprime en disant que le piston a *aspiré* cette colonne d'eau. L'équilibre une fois rétabli, la soupape S retombe par son poids : une partie de l'air qui remplissait le tuyau d'aspiration a donc passé dans le corps de pompe. Lorsque le piston redescend, cet air, comprimé de plus en plus, finit par soulever les soupapes du piston, et s'échappe dans l'atmosphère. Une nouvelle course double du piston aura de nouveau pour effet de faire monter le liquide dans le tuyau d'aspiration et d'expulser une nouvelle portion d'air : bientôt la

colonne d'eau atteindra et dépassera la soupape S, pour pénétrer dans le corps de pompe, et le mouvement descendant du piston la fera passer au-dessus de lui avec le restant de l'air; à ce moment, la pompe est, comme on dit, *amorcée*. Le piston, en se relevant, fera couler l'eau par le tuyau latéral D. A partir de là, chaque fois que le piston descend, l'eau remplissant le corps de pompe passe au-dessus de lui, et, chaque fois qu'il remonte, il fait couler cette eau par le tuyau D, en même temps qu'il aspire, du tuyau dans le corps de pompe et du réservoir dans le tuyau, une nouvelle quantité d'eau.

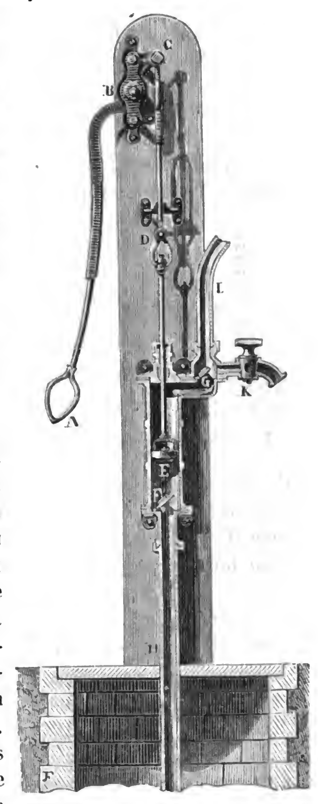


Fig. 162.

C'est donc, en définitive, la pression atmosphérique extérieure qui détermine l'ascension de l'eau, et comme cette pression ne peut soulever une colonne ayant plus de 10 mètres, il faut que l'extrémité supérieure du corps de pompe ne soit pas à plus de 10 mètres au-dessus du réservoir. Dans la pratique, c'est là une limite bien au-dessous de laquelle il faut se tenir, surtout quand il s'agit de pompes d'usage courant, destinées aux usages domestiques; dans ce cas, on ne dépasse jamais 7 à 8 mètres.

La disposition adoptée alors est celle ici représentée : H est le tuyau d'aspiration, F la soupape d'aspiration (dite le *secret* dans le langage des ouvriers), E le piston muni d'un clapet. Ce piston est mis en mouvement par un levier ABC, mobile autour de l'axe B,

et dont l'extrémité C est reliée à la tige du piston par une bielle CD : cette tige est guidée par les parois mêmes du corps de pompe qui maintiennent le piston, et par la boîte à étoupe qui lui donne passage au sommet; dès lors le mouvement alternatif et circulaire du point C produit un mouvement rectiligne et alternatif du piston *. Lorsque, par le jeu de la pompe, l'eau aspirée est passée au-dessus du piston, chaque mouvement ascendant de ce piston la fait s'écouler par le tuyau latéral K. Laissons de côté pour le moment, dans la figure, le robinet K et le tuyau qui, le plus souvent, n'existent pas dans les pompes ménagères, parce qu'elles ne doivent point élever l'eau à plus de 7 à 8 mètres.

Dans les pompes ordinaires, moins soignées d'exécution que celle figurée plus haut, le piston est un morceau de bois de charme ayant la forme représentée ici en coupe, et les ouvriers lui donnent le nom de *seau*. Sa garniture est une simple bande de cuir HH, clouée autour et dépassant par en haut; la pression de l'eau par-dessus le piston l'applique contre les parois du corps de pompe, lequel est aussi fréquemment en bois, et le fait joindre avec une exactitude très-suffisante.

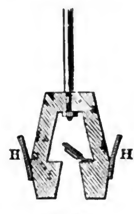


Fig. 163.

Comme autre exemple de pompe aspirante, nous pouvons citer encore la pompe Letestu, actuellement très-employée comme pompe d'épuisement. Lorsqu'on établit des fondations dans un terrain humide ou marécageux, lorsqu'on fait des travaux en rivière, on est obligé de se débarrasser des eaux qui envahissent l'excavation ou l'enceinte où doit être établie la maçonnerie; il faut donc des pompes assez puissantes, d'une construction simple,

* La transformation de mouvement ici opérée par une simple bielle CD est précisément la même que celle pour laquelle on emploie dans les machines à vapeur le parallélogramme de Watt. La bielle remplit le même office, mais en poussant obliquement la tige du piston elle donne lieu contre les guides du mouvement rectiligne à des frottements, qui n'ont pas d'importance dans la manœuvre d'une pompe ordinaire, mais qui feraient perdre une quantité de travail très-appréciable dans une machine à vapeur où les efforts à transmettre sont considérables. Aussi relie-t-on le balancier avec la tige du piston au moyen d'un parallélogramme dans la construction des immenses pompes quelquefois mises en jeu pour épuiser l'eau qui gêne l'exploitation de certaines mines.

et dont les organes ou soupapes soient assez peu délicats pour n'être pas arrêtés dans leur fonctionnement par la présence dans l'eau de matières terreuses en suspension, ou même de graviers. La pompe Letestu remplit fort bien ces conditions : elle se compose, comme une pompe à incendie, de deux pompes associées de manière à remédier à l'intermittence du jet fourni par chacune d'elles; il n'y a qu'un tuyau d'aspiration H et un seul orifice d'évacuation K. La soupape d'aspiration est une soupape à soulèvement ordinaire, facile à atteindre et à nettoyer au besoin par une

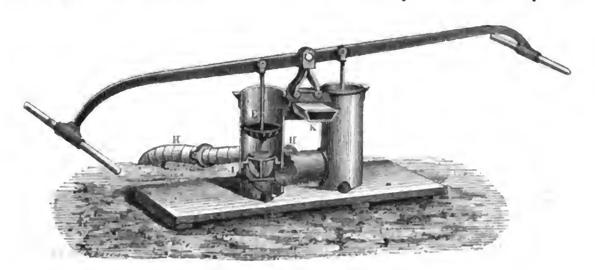


Fig. 164.

chapelle I, c'est-à-dire un orifice latéral facile à ouvrir. Mais le piston E présente une disposition spéciale : les clapets ordinaires ont l'inconvénient de ne donner à l'eau qu'un passage étroit et de s'obstruer facilement; ici, la soupape est formée par un cuir embouti en forme de godet, fixé au centre à la tige du piston, reposant sur une sorte de cage à claire-voie, et dont le rebord s'appuie sur les parois du corps de pompe. Sous la pression inférieure de l'eau aspirée, ce cuir se relève quand le piston descend et laisse un large passage, tandis qu'il ferme hermétiquement, quand le piston remonte, sous la pression supérieure de l'eau qu'il porte. C'est là une disposition ingénieuse sanctionnée par la pratique, et qui mérite par là d'être connue.

184. **Pompes aspirantes et foulantes.** — Le jeu de la pompe foulante a pour résultat de faire monter dans le tuyau d'ascension l'eau dont est rempli le corps de pompe; et il suffit que ce corps de pompe renferme de l'eau pour que ce refoulement puisse avoir lieu. Si donc on suppose que c'est par aspiration et comme nous

seconde de l'expérience, que ce corps de pompe se soit rempli, on aura une pompe à la fois aspirante et foulante. Dans la figure 162, supposons fermé le robinet K placé sur le tuyau d'écoulement de la pompe aspirante, et supposons que ce tuyau latéral se prolonge par un tuyau d'ascension I, muni à sa base d'un clapet de retenue G; au lieu de s'écouler par le tuyau K, l'eau sera obligée, lorsque le piston se relèvera, de pénétrer dans ce tuyau I, d'où elle ne peut plus redescendre; elle s'y élèvera donc à une hauteur quelconque par le refoulement. Ainsi la pompe telle qu'elle est figurée peut fonctionner soit simplement comme pompe aspirante, élevant l'eau à 7 ou 8 mètres de son niveau naturel et la fournissant par le robinet K, soit comme pompe aspirante et foulante et pouvant distribuer l'eau aux différents étages d'une maison.

Presque toutes les pompes destinées à élever l'eau à une grande hauteur, les pompes d'épuisement dans les mines, celles qu'on emploie pour élever l'eau destinée aux usages des villes, sont des pompes aspirantes et foulantes. Elles sont alors mises en mouvement par de puissantes machines à vapeur, et la construction de la pompe elle-même doit subir dans ses détails des modifications que nous ne pouvons décrire ici, et qui, d'ailleurs, varient d'un appareil à un autre. Néanmoins, dans ces différents cas, le refoulement doit être très-énergique, soit en raison de la hauteur laquelle l'eau doit parvenir, soit à cause des résistances considérables qu'elle éprouve dans son mouvement à travers les circuits de longs tuyaux. Pour opérer ce refoulement on emploie généralement aujourd'hui des pistons pleins, d'un genre particulier.

On conçoit qu'une des principales difficultés pratiques pour obtenir un refoulement efficace est d'empêcher tout passage de l'eau entre les parois du corps de pompe et les garnitures du piston. Il faut pour cela que l'intérieur de ce corps de pompe soit *alésé*, c'est-à-dire tourné et poli, avec une très-grande perfection, et de plus il faut que les garnitures du piston soient toujours en bon état, condition difficilement réalisable, puisqu'on ne peut ni les visiter ni les renouveler sans démonter l'appareil. C'est afin d'éviter cette double difficulté qu'on emploie ce qu'on appelle un *piston plongeur*. C'est un cylindre A, d'un diamètre presque aussi

grand que celui du corps de pompe lui-même, dans lequel il pénètre par l'extrémité supérieure, munie d'une boîte à étoupes (162). Le jeu d'un piston plein n'a d'autre effet, que d'augmenter et de réduire alternativement la capacité inférieure du corps de pompe; dès lors il est évident que le même effet sera produit tout aussi bien par le piston plongeur, qui, alternativement, laisse libre cette capacité, puis l'occupe presque en entier. Le cylindre n'a plus besoin d'être alésé dans toute sa longueur; il suffit que l'ouverture supérieure soit exactement travaillée; en même temps il n'y a plus d'autre garniture que celle de la boîte à étoupe, qui est extérieure et présente toutes facilités d'entretien.

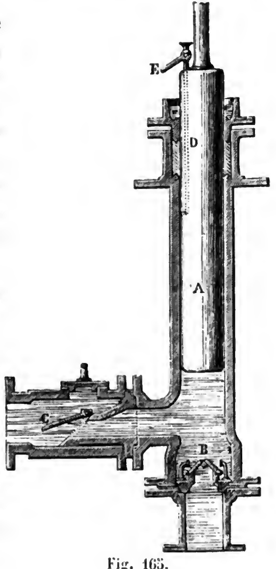


Fig. 165.

Avec l'existence de deux soupapes seulement, une soupape d'aspiration B et une soupape de retenue C, placée sur le tuyau d'ascension, il faut remarquer celle d'un petit conduit D, pratiqué dans l'épaisseur du piston, et muni d'un robinet E; ce conduit a pour but de fournir une issue aux bulles d'air qui sont amenées de temps en temps, avec l'eau aspirée, dans le corps de pompe. Ces bulles, confinées dans l'espace annulaire autour du piston, arriveraient à empêcher le jeu de la pompe. Comprimées d'abord par le refoulement, elles gênent ensuite l'aspiration lorsque le piston remonte, car, au lieu de laisser un vide derrière lui, il laisse alors un espace rempli d'air, dont la force élastique presse sur la colonne ascendante; il faut donc donner à cet air une issue en ouvrant de temps à autre le robinet E.

185. **Pompes rotatives.** — On a cherché de différentes manières à substituer un mouvement de rotation continu au mouvement rectiligne alternatif du piston. Ainsi, on a proposé un grand

nombre de pompes rotatives dont le jeu repose absolument sur les mêmes principes que celui des appareils précédents; ce sont des pompes à piston tournant, pour lesquelles on a essayé un grand nombre de dispositions sans qu'aucune soit entrée dans la pratique.

L'usage s'est assez répandu, depuis quelques années, d'appareils souvent commodes en raison de la simplicité de leur installation et de leur manœuvre : ce sont les pompes connues sous le nom bizarre et impropre de *pompes à force centrifuge;* nous décrirons seulement celle de M. Gwynne, avec les perfectionnements qu'elle a reçus depuis son introduction en France, où elle est connue sous le nom de pompe Neut et Dumont.

La figure 166 représente une coupe transversale, et la figure 167 une coupe longitudinale de cette pompe.

Dans une enveloppe AA, de forme lenticulaire, tourne une roue BB. Cette roue est formée par deux couronnes entre lesquelles sont comprises des aubes ou cloisons transversales CC, parmi lesquelles quatre seulement, servant de bras, vont jusqu'au noyau calé sur l'arbre X, mis en mouvement par la poulie V; ces aubes forment chacune une double gouttière courbe. Le canal d'arrivée de l'eau E se bifurque de manière à donner accès dans les deux renflements HH, d'où l'eau entrera dans la roue des deux côtés à la fois par l'ouverture centrale; le canal de sortie D se détache de l'enveloppe A tangentiellement à sa circonférence. Supposons cet appareil rempli d'eau* et la roue tournant; elle communiquera sa vitesse à l'eau qu'elle contient, et cette eau s'échappera par le canal D en raison de son inertie. Mais alors il se fera un vide dans la caisse A, d'où résultera l'aspiration par le canal E d'une nouvelle quantité d'eau venant du réservoir inférieur. En sorte que, les mêmes effets se reproduisant, il y aura aspiration continue et ascension de l'eau par le canal D. Le travail moteur appliqué à la roue est transformé en force vive acquise par l'eau, qui est lancée de bas en haut avec la vitesse des points de la circonférence extérieure de la roue; la pompe Gwynne est ainsi à la fois aspirante et foulante.

* Pour qu'on puisse la première fois opérer ce remplissage, il y a sur le canal d'arrivée E un clapet, dit *clapet de pied,* s'ouvrant seulement de bas en haut pour l'aspiration.

On voit que l'ascension de l'eau n'a absolument rien à faire avec la force centrifuge, qui ne peut s'exercer ici que sur les parois de l'enveloppe A.

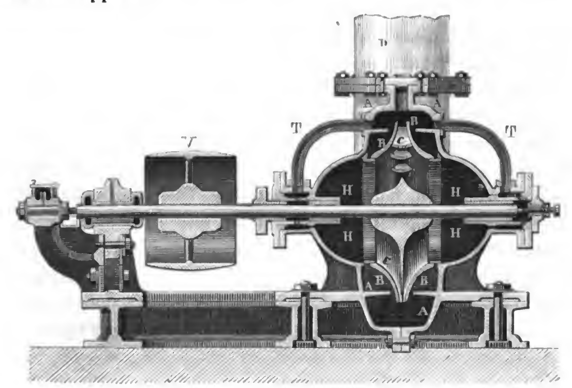


Fig. 166.

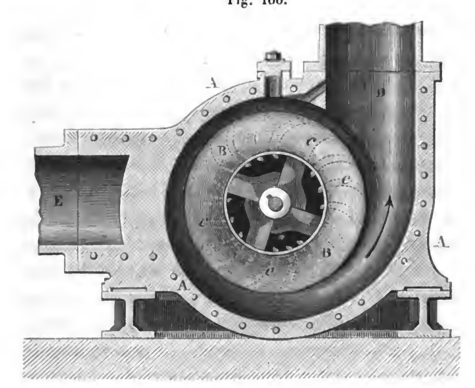


Fig. 167.

L'appareil tout entier est d'un très-petit volume. Ainsi une pompe fournissant environ 10 mètres cubes d'eau par minute a une roue de $0^m,48$ de diamètre seulement, et pèse 150 kilogrammes; en faisant 550 tours par minute, cette roue élève l'eau à $5^m,50$.

Ce petit volume, la facilité de transport et d'installation qui en résulte, ont fait employer assez souvent ce genre d'appareil, qui ne convient, du reste, que lorsqu'il s'agit d'élever l'eau à une faible hauteur ; au delà d'une douzaine de mètres d'élévation totale, le rendement devient assez peu satisfaisant.

Dans la figure qui précède il est bon de remarquer les précautions qu'on est obligé de prendre pour maintenir l'axe contre des réactions centrifuges qui doivent être extrêmement violentes, puisque l'axe peut aller jusqu'à faire 1500 et 1600 tours par minute (85). C'est afin de diminuer la pression sur la roue dans le sens de l'axe qu'on fait arriver l'eau dans l'enveloppe A des deux côtés à la fois. Enfin il faut remarquer une disposition qui, paraît-il, a été employée avec succès pour combattre l'échauffement de l'axe : deux tuyaux TT font communiquer la partie extérieure de l'enveloppe A avec une double cavité ménagée dans la boite à étoupe, qui entoure l'axe à sa sortie de la pompe ; l'eau passe par ce tuyau, circule autour de cet axe, et rentre dans le canal d'arrivée H.

186. **Pertes de travail dans les pompes.** — Considérons maintenant les appareils que nous venons de décrire au point de vue du travail qu'ils consomment.

D'abord, il est facile de voir ce que devrait être le travail consommé par une pompe, s'il n'y avait pas de causes de déperdition. Si, par exemple, une pompe, et plus généralement un appareil quelconque, a élevé 110 hectolitres d'eau à 31 mètres, le travail effectué a été évidemment 11000 . 31 ou 341000 kilogrammètres : tel aurait du être aussi le travail moteur effectué sur le premier organe. En réalité, ces 341 000 kilogrammètres composant l'effet utile ne sont qu'une fraction plus ou moins grande de ce travail moteur, parce qu'il y a toujours déperdition d'une partie du travail ; il convient d'en indiquer les différentes causes.

D'abord, il y a toujours de l'eau élevée qui redescend, soit à travers les soupapes, soit autour du piston ; dans les pompes ordinaires, la perte d'eau va jusqu'au dixième, et souvent bien au delà.

Mais il y a de plus des résistances passives qu'il est impossible de faire disparaître complétement : 1° frottement du piston dans le corps de pompe ; il est d'autant plus fort, toutes choses égales

d'ailleurs, que la garniture est plus serrée et joint mieux ; il faut y joindre les frottements qui s'exercent dans toutes les articulations, et le travail employé à soulever les soupapes; 2° le frottement de l'eau dans les tuyaux, et les agitations inutiles de cette eau ; c'est là, et de beaucoup, la principale cause de perte; la résistance au mouvement de l'eau à travers des tuyaux est beaucoup plus considérable qu'on ne l'imaginerait au premier abord : ainsi, par exemple, les eaux de la Seine sont élevées par des pompes, depuis Marly jusqu'à un réservoir placé à 166 mètres au-dessus de son niveau, par une conduite de 1400 mètres de longueur; le volume d'eau élevé est de 108 hectolitres par minute, ce qui donne lieu à un travail utile de 10800 . 166 ou 1792800 kilogrammètres par minute ou 29880 kilogrammètres par seconde. Si on avait employé un tuyau ayant uniformément 30 centimètres de diamètre, le frottement seul de l'eau contre les parois du tuyau aurait produit un travail résistant équivalant à 7736 kilogrammètres par seconde; il aurait donc fallu un pareil surcroît de travail de la part du moteur, c'est-à-dire un surcroît de puissance de plus du tiers de la puissance utilement nécessaire.

Comme l'expérience a montré que ce frottement de l'eau dans les tuyaux augmente très-rapidement avec la vitesse (à peu près comme le carré de la vitesse), on a un très-grand avantage à faire circuler l'eau dans des conduites à grande section ; pour le même débit, la vitesse sera d'autant moindre, et par suite, le frottement. Dans l'exemple cité plus haut, en portant à 45 centimètres le diamètre des tuyaux, le surcroît de travail à exiger du moteur pour surmonter le frottement n'est plus que de 1050 kilogrammètres par seconde au lieu de 7736 kilogrammètres : il est devenu 7 fois moindre.

On conçoit, par ce seul exemple, quelle importance il y a pour les industriels à ne jamais employer de tuyaux trop étroits. Il faut, avec le même soin, éviter les changements brusques de section ou de direction, qui donnent lieu dans la masse liquide à des remous, à des chocs inutiles. Un tuyautage mal fait, ou fait avec de trop petits diamètres, donne lieu à un gaspillage de force qui se traduit par un surcroît de dépense très-appréciable.

187. Le rendement d'une pompe peut être envisagé à deux points de vue tout à fait différents : on peut considérer, soit la

quantité d'eau qu'elle fournit, soit la quantité de travail moteur qu'elle exige pour fournir cette eau.

S'il n'y avait aucune perte, chaque coup de piston devrait élever un volume d'eau égal à celui du corps de pompe; en réalité, comme nous l'avons déjà dit, il y a toujours une certaine diminution; une pompe très-bien établie et en bon état fournit environ 0,90 à 0,95 du volume d'eau qu'elle devrait fournir.

Quant au rendement au point de vue du travail, nous venons de voir qu'il dépend beaucoup des circonstances dans lesquelles fonctionne l'appareil. Si on considère une pompe aspirante et foulante envoyant l'eau dans un réservoir situé près d'elle, il y a nécessairement une certaine perte de travail tenant aux frottements, aux agitations inutiles de l'eau dans son intérieur, aux chocs qui s'y produisent, et le travail utile, estimé comme plus haut en eau montée, ne sera qu'une fraction du travail moteur.

Pour les grandes pompes employées, par exemple, dans les distributions d'eau des villes, le travail utile atteint 0,60 et 0,75.

Les pompes employées pour les épuisements temporaires, et destinées à élever seulement l'eau à 4 ou 5 mètres, ont un rendement assez variable avec leur état d'entretien, mais inférieur. La pompe Letestu, ci-dessus décrite, a fourni, étant en parfait état, un rendement 0,50; la pompe Gwynne, où il y a évidemment des chocs et des remous violents, malgré les dispositions ingénieuses prises pour en diminuer l'influence, a un rendement qui atteint aussi 0,50 dans des circonstances favorables, c'est-à-dire lorsque la hauteur totale d'élévation ne dépasse pas 15 mètres, y compris la hauteur d'aspiration; au delà, le rendement est moindre.

APPAREILS DIVERS.

Les pompes sont les appareils les plus importants, surtout au point de vue industriel, parmi ceux qui sont destinés à l'élévation des eaux; mais il en est d'autres dont l'emploi est souvent d'une grande utilité.

188. **Seaux.** — Pour se procurer l'eau nécessaire aux usages domestiques, chacun sait qu'on emploie très-fréquemment un simple seau, qu'on descend au moyen d'une corde au fond du puits, et qu'on retire plein. Habituellement, cette corde passe sur une

poulie, et il y a un seau à chaque extrémité, afin que chacun d'eux descende pour se remplir dans le même temps que l'autre remonte plein. Un homme travaillant 8 heures par jour peut élever environ 77 mètres cubes d'eau à 1 mètre, ce qui revient à dire qu'il en élèverait la moitié seulement à 2 mètres, et ainsi de suite.

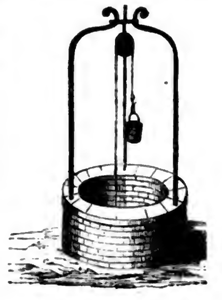


Fig. 168.

Quand un puits est très-profond, on emploie un treuil à manivelle sur lequel s'enroule la corde; il suffit qu'elle fasse quelques tours sur le treuil pour qu'il ne se produise aucun glissement. Avec un treuil, un homme, dans une journée de 8 heures, pourra élever 170 mètres cubes d'eau à 1 mètre de hauteur, c'est-à-dire produire un travail utile plus que double de celui qu'il fournirait sur un puits ordinaire.

Dans beaucoup d'exploitations agricoles, où on peut disposer du travail de chevaux souvent inoccupés, on met en mouvement les seaux au moyen d'un manége. Sur un arbre vertical maintenu par une crapaudine inférieure et par un collier, on fixe deux plateaux

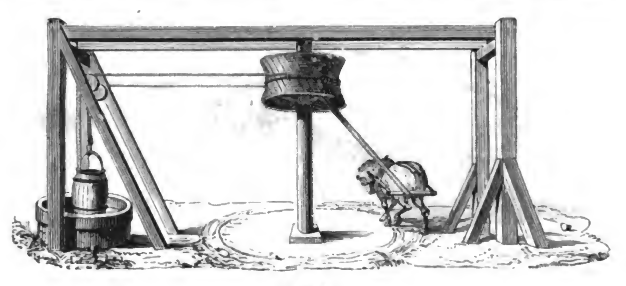


Fig. 169.

circulaires, situés l'un au-dessous de l'autre à une distance de 1 mètre environ; puis on cloue sur les bords de ces deux plateaux des planchettes, disposées obliquement; elles forment alors dans leur ensemble une sorte de poulie à gorge qui reçoit une corde; les deux bouts passent chacun sur une poulie séparée, placée au-des-

sus du puits et supportent chacun un seau. Si l'arbre vertical est mis en mouvement par un cheval attelé à une barre, l'un des seaux montera, tandis que l'autre descendra. Chaque fois qu'un seau plein arrive en haut, il faut arrêter le manége, puis le remettre en mouvement en sens contraire : c'est pour permettre au cheval de passer facilement d'un côté à l'autre de la barre, qu'on la fixe à l'arbre dans une position inclinée, ainsi que le montre la figure. Un cheval, avec cette machine, peut, en huit heures de travail, élever environ 1150 mètres cubes d'eau à 1 mètre de haut, effectuant ainsi un travail 6 ou 7 fois plus considérable que celui d'un homme.

189. **Chapelets et norias.** — Les chapelets et les norias ou *chaînes à pots*, sont deux genres d'appareils fort analogues, dont le principal mérite est d'être faciles à établir, faciles à réparer; ils rendent par là quelquefois des services utiles à l'agriculture pour les irrigations.

Le chapelet est formé, comme l'indique la figure, par deux axes horizontaux A et B, armés chacun de 7 ou 8 bras qui accrochent et entraînent en tournant les maillons d'une sorte de chaîne, et leur communiquent le mouvement que l'arbre supérieur

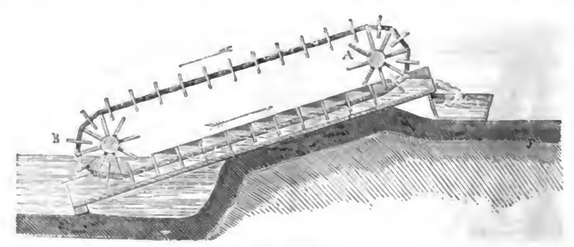


Fig. 170.

reçoit d'une manivelle. Les maillons sont ordinairement des tiges de bois réunies par des liens en fer, et chacun d'eux porte en son milieu une planchette assemblée transversalement. L'arbre inférieur B plonge dans l'eau, et la partie inférieure de la chaîne est contenue dans un canal en bois dont la section a la même forme et la même grandeur que les planchettes. Dans le mouvement de la chaîne, ces planchettes poussent le liquide devant elles

dans le canal, et l'élèvent ainsi jusqu'à son extrémité supérieure.

C'est une machine d'un assez faible rendement et peu utilisée; elle ne peut guère servir à élever l'eau au-dessus de 2 mètres, et offre un rendement de 30 à 40 p. 100. Quelquefois elle a été disposée verticalement, et alors seulement le canal ouvert ou auge dans lequel agissaient les palettes se trouve remplacé par un tuyau complet; on peut alors élever l'eau à une hauteur plus considérable, mais l'effet utile diminue encore.

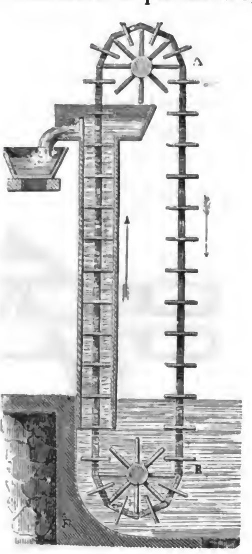


Fig. 171.

Que dans le chapelet vertical on supprime le tuyau, et que chaque planchette soit remplacée par un vase attaché à la chaîne sans fin, on aura ce qu'on appelle une *noria*. Les vases viendront successivement se remplir, et remonteront pleins pour se vider près de l'axe supérieur. Les norias sont, de temps immémorial, employés dans tout l'Orient pour les irrigations.

Dans la disposition ordinaire les vases atteignent l'eau et s'y enfoncent renversés; l'air qu'ils contenaient s'y trouvant confiné empêche l'eau de les remplir; et en même temps, à cause de sa légèreté il donne lieu à une résistance au mouvement descendant, qui exige un surcroît de travail inutile. A moins que le tambour inférieur ne soit situé beaucoup au-dessous du niveau, les vases ne se remplissent guère qu'aux deux tiers, et il y a un déchet considérable sur la quantité d'au fournie. Souvent pour atténuer cet inconvénient on laisse quelques petits trous dans le fond de chaque vase pour la sortie de l'air : bien qu'on perde ainsi de l'eau qui s'écoule pendant l'ascension on y trouve encore avantage. On a imaginé fort ingénieusement de donner issue à l'air par un tube qui s'ouvrant près du fond revient jusqu'à l'orifice pour se recourber au dehors. Malgré les divers perfectionnements qui ont

été proposés, c'est encore un appareil assez rarement employé dans notre pays.

Les vases de la noria, au lieu d'être attachés à une chaîne sans fin, sont quelquefois attachés sur le pourtour d'une roue, laquelle, en tournant, remplit le même office. On rencontre ainsi souvent dans le sud de l'Europe et en Algérie des norias formés de vases en terre attachés autour d'une roue qui plonge dans l'eau.

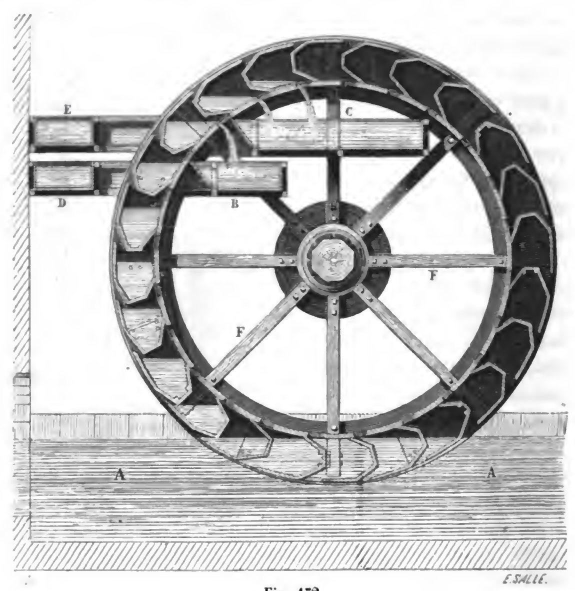


Fig. 172.

On a aussi employé, pour élever l'eau à une faible hauteur, comme il suffit fréquemment de le faire pour les irrigations agricoles, des roues *à augets,* c'est-à-dire portant des vases qui font corps avec elles. Les deux figures ci-contre représentent une roue de ce genre, l'une en coupe longitudinale, l'autre en coupe transversale. Les augets, disposés de manière à former une couronne circulaire réunie à l'axe par des bras F, s'emplissent dans le

bassin A, commencent à se vider dans une caisse B, d'où l'eau s'écoule par le canal D, achèvent de se vider complétement dans la caisse C, d'où l'eau va, par le canal E, arroser des points plus élevés, puis redescendent vides pour se remplir de nouveau. La roue elle-même reçoit le mouvement au moyen d'engrenages d'un axe moteur G.

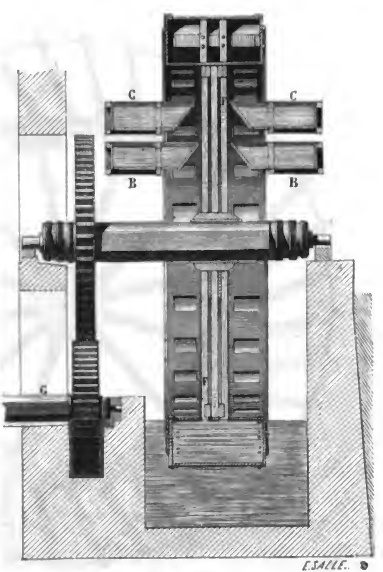


Fig. 173.

Une pareille roue est visiblement une simple modification de la noria ordinaire, mais une modification très-avantageuse; elle peut fournir en eau montée un rendement qui va jusqu'à 0,75 et 0,80 du travail moteur dépensé; elle permet d'élever l'eau jusqu'à une hauteur de 5 à 6 mètres.

Lorsqu'on veut élever l'eau à une hauteur qui ne dépasse pas 2^m,50 à 3 mètres, on peut employer une roue (fig. 174) qui est une modification du chapelet incliné dont nous parlions plus haut. Sur tout le contour de la roue sont implantées des *aubes* ou *palettes*, c'est-à-dire des planchettes transversales, et la roue entière est emboîtée sur le quart ou le cinquième de sa circonférence dans un *coursier* ou canal circulaire, laissant peu de jeu. Sa partie inférieure plonge dans l'eau, et quand elle tourne sous l'action d'un moteur, les palettes poussent l'eau devant elles et l'élèvent jusqu'au haut du coursier, absolument comme cela se passait pour le chapelet incliné. Quand une pareille roue est construite avec soin, et que la vitesse des palettes est environ de 1 mètre par seconde,

son rendement en eau montée est de 0,60 à 0,70 du travail dépensé; c'est donc un bon appareil; il a été assez fréquemment employé en Angleterre, où on lui donne le nom de *flashweels*.

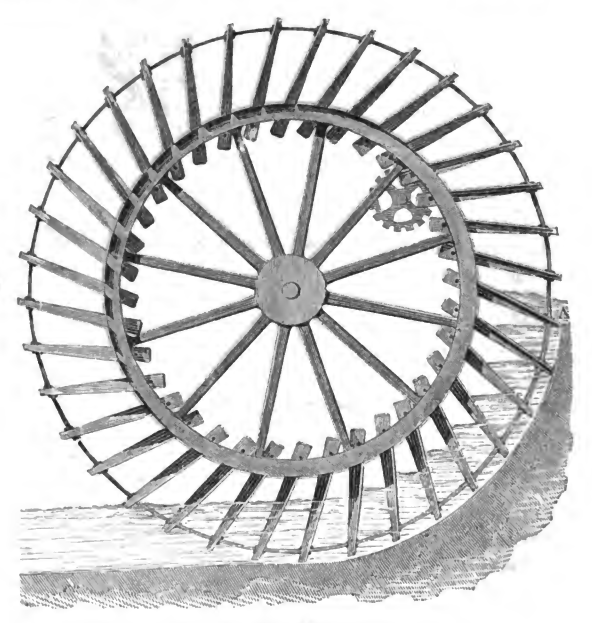


Fig. 174.

190. **Vis d'Archimède.** — On emploie encore pour élever l'eau à une faible hauteur, un appareil connu sous le nom de *vis d'Archimède* *.

Imaginons un tube enroulé en forme de tire-bouchon ou d'hé-

* Archimède (287-212 avant J.-C.), né à Syracuse, a fait une multitude de découvertes importantes en géométrie et en mécanique; il est le premier qui ait su évaluer la surface et la circonférence d'un cercle; il a trouvé la loi de l'équilibre du levier. Ingénieur habile autant que savant géomètre, il périt lors de la prise par les Romains de la ville de Syracuse, dont il avait dirigé la défense.

lice, et pouvant tourner autour de l'axe; ce tube est incliné à l'horizon, l'extrémité inférieure atteignant l'eau; on le fait tourner dans le même sens que si on cherchait à le faire pénétrer dans l'eau supposée résistante. Dans le mouvement de rotation, chaque portion du tube, décrivant un cercle oblique autour de l'axe, monte et descend alternativement. Lorsque l'extrémité *a* descend et plonge dans l'eau, elle se remplit, puis en continuant de tourner elle remonte l'orifice tourné vers le haut, l'eau qui s'y est introduite n'y peut rester, et elle est forcée par son propre poids d'occuper

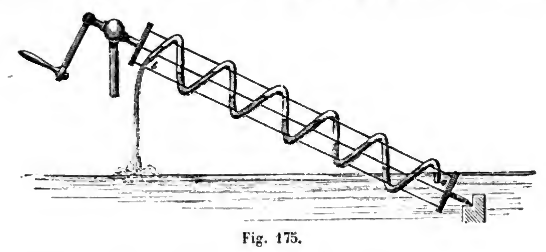


Fig. 175.

une portion un peu plus avancée du tube; elle est de même obligée d'avancer encore un instant après, de sorte que, le mouvement continuant toujours, elle chemine le long du tube, occupant à chaque instant la partie la plus basse d'une spire, et elle finit par arriver à l'extrémité supérieure. A partir de ce moment chaque spire renferme de l'eau, et à chaque tour la dernière laisse écouler celle qu'elle contient par l'extrémité supérieure du tube : on a donc un véritable appareil propre à élever l'eau.

191. Les vis d'Archimède, telles qu'on les emploie, sont autrement construites; elles sont formées par un noyau cylindrique plein, entouré d'un tube ou enveloppe d'un diamètre à peu près triple; entre les deux surfaces cylindriques sont comprises et assemblées des cloisons en tôle ou en planchettes minces, qui s'enroulent en forme de filet de vis; souvent il y a plusieurs cloisons qui circulent parallèlement, formant plusieurs tubes, comme le montre la figure 176.

Le rendement de cet appareil peut atteindre 50 à 60 pour 100; et comme il est d'une installation très-facile et d'un poids très-modéré avec la longueur ordinaire de 6 ou 7 mètres, il rend de

très-fréquents et bons services pour les épuisements temporaires dans les travaux de construction. Il est même employé avec avantage pour exécuter les épuisements permanents qu'exige la mise en culture des terres basses situées dans le voisinage de la mer,

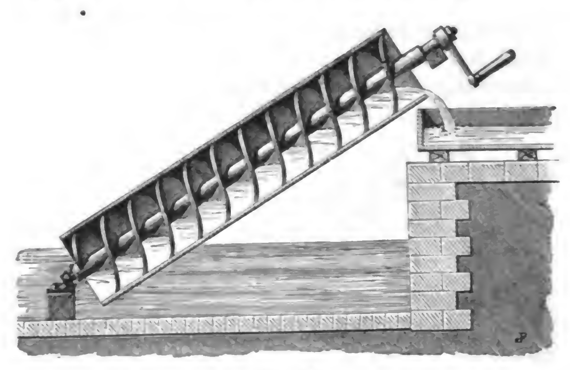


Fig. 176.

comme les *polders* de Hollande ou les *moëres* des environs de Dunkerque, dans le département du Nord. Ces terres sont situées à un niveau inférieur à celui de la mer quand elle est haute; bien qu'elles soient protégées par des digues, il s'y produit continuellement des infiltrations considérables; ce seraient des marécages inhabitables et incapables de rien produire, si on ne les débarrassait incessamment de l'eau qui tend à les envahir. C'est principalement au moyen de vis d'Archimède, mues jadis par des moulins à vent et presque partout aujourd'hui par des machines à vapeur, qu'on rejette par-dessus les digues l'eau recueillie dans des rigoles.

FIN DE LA PREMIÈRE PARTIE

TABLE DES MATIÈRES

CHAPITRE V. — ÉTUDE DE QUELQUES MACHINES SIMPLES AU POINT DE VUE DE L'ÉQUILIBRE.

CHAPITRE VI. — INSTRUMENTS DE PESAGE.

CHAPITRE VII. — DU TRAVAIL MÉCANIQUE.

CHAPITRE VIII. — TRANSMISSION DU TRAVAIL PAR LES MACHINES.

CHAPITRE IX. — NOTIONS SUR LES ORGANES DES MACHINES.

GUIDES DU MOUVEMENT.

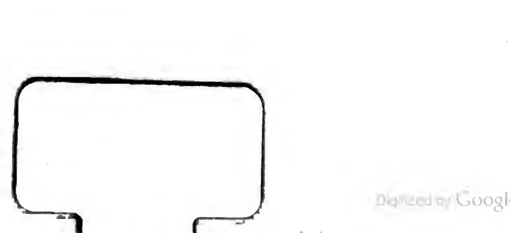
ORGANES DE TRANSFORMATION DE MOUVEMENT.

CHAPITRE X. — DES APPAREILS DESTINÉS A L'ÉLÉVATION DES EAUX.

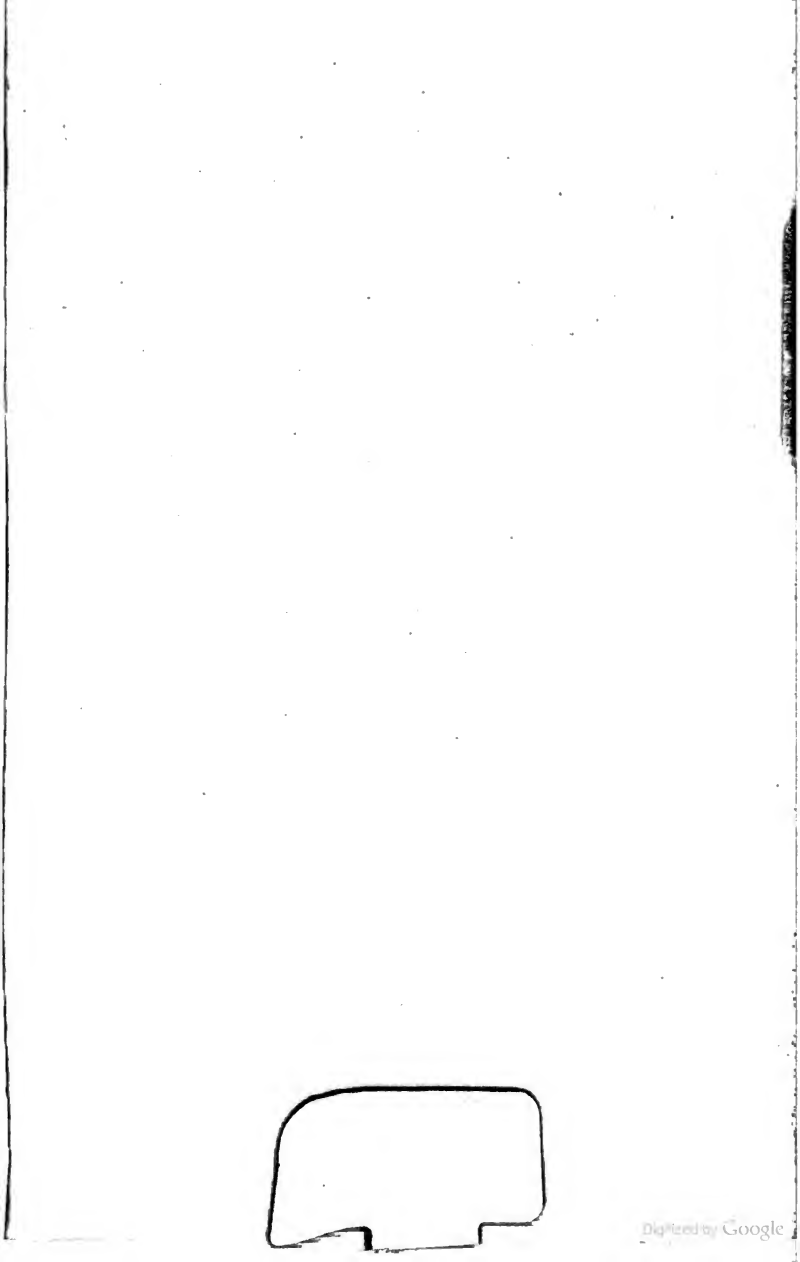
POMPES.

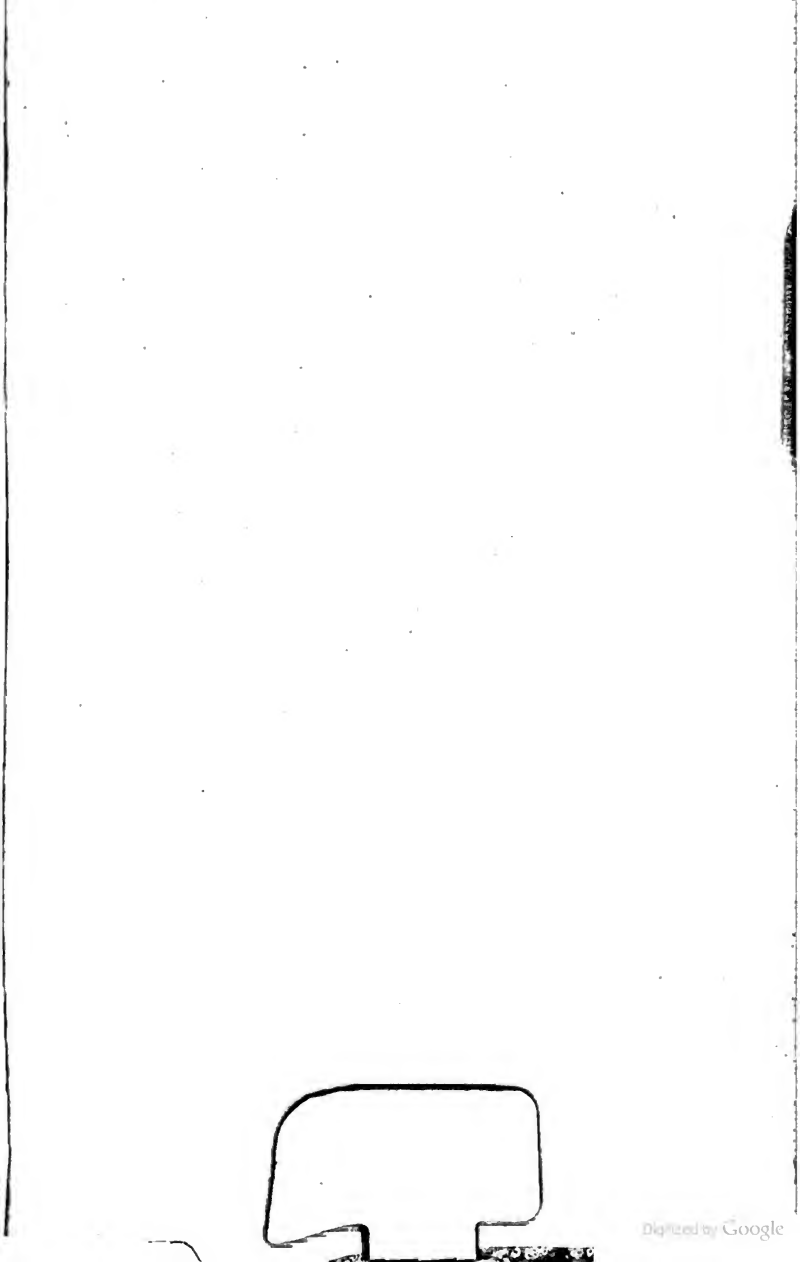
APPAREILS DIVERS.

PARIS. — IMP. SIMON RAÇON ET COMP., RUE D'ERFURTH, 1.




Digitized by Google






Eng 258.68.2
Enseignement special et profession
Cabot Science
005703815
3 2044 091 968 156
Digitized by Google